1. FELADAT
Az A és B halmazokról tudjuk, hogy $A \cup B = \{a; b; c; d; e; f\}$ és $A \cap B = \{b; c; f\}$, továbbá $B \setminus A = \{e\}$. Adja meg az A és B halmaz elemeit!

2. FELADAT
Válassza ki a helyes egyszerűsítés betűjelét, ahol $x \neq 0$, $x \neq y$.

$A)\ \frac{x^2 - y^2}{x^2 - xy} = \frac{y}{x}.$ $B)\ \frac{x^2 - y^2}{x^2 - xy} = \frac{x + y}{x}.$ $C)\ \frac{x^2 - y^2}{x^2 - xy} = \frac{1 - y}{x}.$

3. FELADAT
Határozza meg azt a legnagyobb egész számot, amely kielégíti az alábbi egyenlőtlenséget!

$$1 - \frac{2x + 1}{3} + \frac{3x - 1}{2} < 0.$$

4. FELADAT
Az egyenlet gyökeinek meghatározása nélkül állapítsa meg, hogy hány megoldása van az alábbi egyenleteknek a valós számok halmazán!

$a)\ x^2 - 5x + 4 = 0.$ $b)\ 2x^2 - x + 2 = 0.$ $c)\ -x^2 + 6x - 9 = 0.$

5. FELADAT
Adja meg a következő függvények grafikonjairól megadott pontok hiányzó koordinátáit!

a) $f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{4}{5}$, $A\left(\frac{1}{5}; \square\right)$ és $B\left(\square; -\frac{6}{5}\right)$.

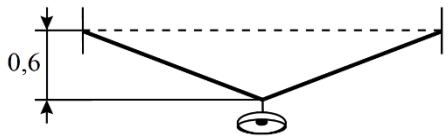
b) $f(x) = (x - 2)^2 + 1$, $A\left(-\frac{1}{2}; \square\right)$ és $B(\square; 17)$.

6. FELADAT
Ábrázolja a $[-3; 3]$ zárt intervallumon értelmezett $x \mapsto |-x - 1|$ függvényt!

7. FELADAT
Egy háromszög két szögének aránya 5: 7, a harmadik szög 72°-os. Mekkorák a hiányzó szögek?

8. FELADAT
Egy derékszögű háromszög befogóinak összege 98 cm, átfogója 70 cm. Határozza meg a háromszög területét, az átfogóhoz tartozó magasság nagyságát és a köré írt körének a sugarát!

9. FELADAT
Egy 20 m széles úton két szemközti ház fölé kifeszített acélhuzalra függesztett villanylámpa „belógása” 60 cm. Milyen hosszú az acélhuzal?



10. FELADAT
Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

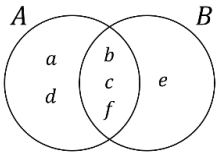
A: Egy 2 elemű halmaznak 2 részhalmaza van.
B: A deltoid átlói felezik a belső szögeket.
C: Nincs olyan paralelogramma, amelyik tengelyesen szimmetrikus.
D: Van olyan ötpontú gráf, amelyben a csúcsok fokszáma 0, 1, 2, 2, 4.

Megoldások:

1. FELADAT

$A = \{a; b; c; d; f\}$ és $B = \{b; c; e; f\}$.

Megjegyzés: A feladat Venn-diagramja:



2. FELADAT

$$\frac{x^2 - y^2}{x^2 - xy} = \frac{(x-y)(x+y)}{x(x-y)} = \frac{x+y}{x},$$

ezért a *B* a helyes egyszerűsítés.

3. FELADAT

6-tal beszorozva az egyenlőtlenség mindkét oldalát: $6 - 2(2x + 1) + 3(3x - 1) < 0$, melyből $x < -\frac{1}{5}$. Az egyenlőtlenséget kielégítő legnagyobb egész szám az $x = -1$.

4. FELADAT

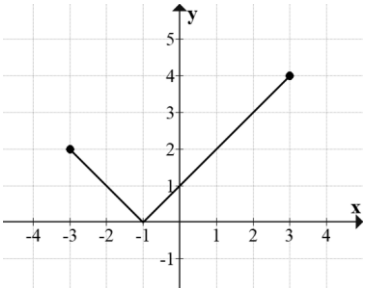
a) $D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9 > 0$, azaz két (különböző) valós megoldás van.
b) $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -15 < 0$, azaz nincs valós megoldás.
c) $D = 6^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-9) = 0$, azaz egy (két azonos) valós megoldás van.

5. FELADAT

a) $A\left(\frac{1}{5}; -\frac{2}{3}\right)$ és $B\left(-\frac{3}{5}; -\frac{6}{5}\right)$.
b) $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{29}{4}\right)$ és $B_1(-2; 17)$ vagy $B_2(6; 17)$.

6. FELADAT

A függvény grafikonja:



7. FELADAT

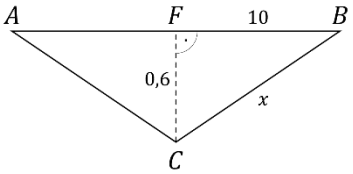
Legyen a hiányzó két szög $5x$ és $7x$, ekkor $5x + 7x + 72° = 180°$, melyből $x = 9$, azaz a hiányzó két szög 45° és 63°.

8. FELADAT

A háromszög befogói *x* és $98 - x$. Pitagorasz-tétel felhasználva: $x^2 + (98 - x)^2 = 70^2$, melyből a befogók 42 cm és 56 cm. A háromszög területe így $\frac{42 \cdot 56}{2} = 1176$ cm^2. *m*-mel jelölve az átfogóhoz tartozó magasságot, a háromszög területe: $\frac{70m}{2} = 1176$, melyből $m = 33{,}6$ cm. A köré írt kör sugara (Thalész-tétel megfordítása miatt) az átfogó fele, azaz 35 cm.

9. FELADAT

ABC egyenlő szárú háromszög, ezért $FB = 10$ m. *FBC* derékszögű háromszögben Pitagorasz-tétellel $x = BC \approx 10{,}02$ m. Az acélhuzal hossza így közelítően $2 \cdot 10{,}02 = 20{,}04$ m.



10. FELADAT

a) Hamis. (2 elemű halmaznak 4 részhalmaza van.)
b) Hamis. (Nem tulajdonsága az általános deltoidnak.)
c) Hamis. (Ellenpélda a téglalap.)
d) Hamis. (Egy gráfban a fokszámok összege nem lehet páratlan. (*vagy* A 4 fokszámú csúcsból minden más csúcsba indul él, de így nem lehetne 0 fokszámú csúcs.))