1. FELADAT
Határozza meg az A és B halmazokat, ha ezekre a következő összefüggések teljesülnek:
$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$; $A \cap B = \{1; 3\}$ és $A \backslash B = \{2; 4\}$!

2. FELADAT
Hány olyan háromjegyű egész szám van, amelyre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{6} \geq \frac{x}{4} + 230.$$

3. FELADAT
Egy akció során a mogyorós csokoládét így hirdetik: „*Hármat fizet, négyet kap!*” Hány százalékkal kerül kevesebbe négy darab csokoládé akciósan, mint teljes áron?

4. FELADAT
Egy vállalat két üzemet működtet. Az elsőben 2400, a másodikban pedig 1500 darab terméket állítanak elő naponta. Hány százalékkal nő a vállalat termelése, ha az első üzemben 15%-kal, a másodikban pedig 10%-kal növeli a napi termelését?

5. FELADAT
Adott a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = x^2 - 5x$ másodfokú függvény.
a) Számítsa ki a függvény helyettesítési értékét az $x = -1$ helyen!
b) Határozza meg a függvény zérushelyeit!
c) Adja meg az értelmezési tartománynak mindazon elemeit, amelyre $f(x) = 66$.

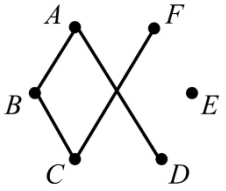
6. FELADAT
A dominó felülnézetben olyan téglalap, amely két négyzetre vágható. Tudjuk, hogy a téglalap átlója 3 cm-rel hosszabb, mint a rövidebb oldala. Mekkorák felülnézetben a dominó oldalai? Válaszát egész milliméter pontossággal adja meg!

7. FELADAT
Egy derékszögű háromszög egyik befogójának hossza a másik befogó hosszának a harmada. Ha a befogókat 2-2 cm-rel növeljük, a háromszög területe 18 cm^2-rel nő. Mekkora az eredeti háromszög kerülete és területe?

8. FELADAT
Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)
a) Ha egy négyszög paralelogramma, akkor átlói egyenlő hosszúak.
b) Minden tengelyesen szimmetrikus négyszögnek van két-két egyenlő szögpárja.
c) Nincs olyan síknégyszög, amelynek pontosan 3 derékszöge van.

9. FELADAT
Tamás matematika jegyei ebben a tanévben a következők voltak: 5, 5, 3, 4, 4, 5, 2, 4, 4, 3.
a) Határozza meg az osztályzatok átlagát, móduszát, mediánját és szórását!
b) Készítsen kördiagramot az osztályzatok megoszlásáról! Adja meg az egyes körcikkekhez tartozó középponti szögek nagyságát is!

10. FELADAT
a) Adja meg az ábrán látható gráf fokszámainak összegét!
b) Rajzoljon be a gráfba úgy egy élt, hogy az E-ből B-be vezető út 2 él hosszúságú legyen!

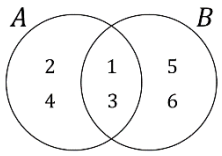


Megoldások:

1. Feladat

$A = \{1; 2; 3; 4\}$ és $B = \{1; 3; 5; 6\}$.

Megjegyzés: A feladat Venn-diagramja:



2. Feladat

12-vel beszorozva mindkét oldalt: $4x + 2x \geq 3x + 2760$. Innen $x \geq 920$, ezért $999 - 919 = 80$ olyan háromjegyű szám van, ami eleget tesz a feltételnek.

3. Feladat

Egy darab csokoládé ára az eredeti ár $\frac{3}{4}$-része, azaz 25%-kal kerül kevesebbe.

4. Feladat

$\frac{2400 \cdot 1{,}15 + 1500 \cdot 1{,}1}{2400 + 1500} = \frac{4410}{3900} \approx 1{,}1308$, azaz kb. 13%-kal nő a vállalat termelése.

5. Feladat

a) $(-1{,}2)^2 - 5 \cdot (-1{,}2) = 7{,}44$.

b) $x^2 - 5x = 0$, melyből $x_1 = 0$ és $x_2 = 5$.

c) $x^2 - 5x = 66$, melyből $x_1 = -6$ és $x_2 = 11$.

6. Feladat

Jelölje a téglalap rövidebb oldaltát a. Ekkor a téglalap hosszabbik oldala $2a$, az átfogója $a + 3$. Pitagorasz-tétel alapján: $a^2 + (2a)^2 = (a + 3)^2$. Elvégezve a műveleteket, majd rendezve: $4a^2 - 6a - 9 = 0$. Innen $a_1 \approx -0{,}93$ (nem megoldása a feladatnak, mert $a > 0$) és $a_2 \approx 2{,}43$. Így felülnézetben a dominó oldalai kb. 2,43 cm és 4,86 cm, azaz kb. 24 mm és 49 mm.

7. Feladat

Legyen az eredeti háromszög két befogója a, és $3a$, ekkor az új háromszög befogói $a + 2$ és $3a + 2$. A feltétel szerint: $\frac{a \cdot 3a}{2} + 18 = \frac{(a+2) \cdot (3a+2)}{2}$. Innen $a = 4$, azaz az eredeti háromszög befogó 4 cm és 12 cm. Az átfogót – a befogók ismeretében – Pitagorasz-tétellel számolhatjuk ki: $\sqrt{4^2 + 12^2} \approx 12{,}65$ cm. A háromszög kerülete így kb. 28,65 cm, területe 24 cm^2.

8. Feladat

a) Hamis. (Nem tulajdonsága az általános paralelogrammának.)

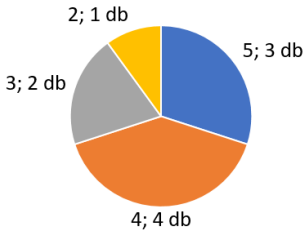
b) Hamis. (Ellenpélda a deltoid.)

c) Igaz. (Három derékszög esetén a negyedik szög is derékszög lenne.)

9. Feladat

a) Átlag: 3,9, módusz: 4, medián: 4, szórás: kb. 0,94.

b) 5-ös: 108°, 4-es: 144°, 3-as: 72°, 2-es: 36°.



10. Feladat

a) A fokszámok összege: $2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 8$.

b) Kétféle él is eleget tesz a feltételnek: *CE* vagy az *AE*.