1. FELADAT
Egy osztályban 31 tanuló van. Közöttük 9 szőke és 13 kék szemű, a kék szeműek között 9 a szőke. Legyen az osztály tanulóinak halmaza *U*, az osztály szőke tanulóinak halmaza *S*, a kék szeműeké pedig *K*. Készítsen halmazábrát az *U, S, K* halmazokról, majd adja meg, hogy hány elemű a *K* halmaz *U* halmazra vonatkozó komplementer halmaza!

2. FELADAT
Válassza ki az összes egyenlőséget, amelyik biztosan igaz (azonosság) minden valós számra!

$a)\ \sqrt{x^2} = x.$ $\quad b)\ \sqrt{x^2} = -x.$ $\quad c)\ \sqrt{x^2} = |x|.$ $\quad d)\ \sqrt{x^4} = x^2.$ $\quad e)\ \sqrt{x^{16}} = x^4.$

3. FELADAT
Végezze el a kijelölt műveleteket, majd a lehetséges összevonásokat!

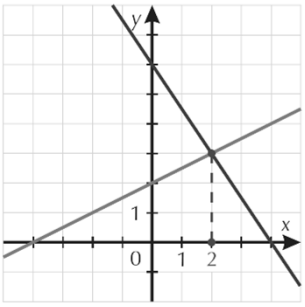
$$(x + 3y)^2 - (3y - x)^2.$$

4. FELADAT
Ábrázolja az alábbi egyenlőtlenség megoldáshalmazát számegyenesen!

$$\frac{2x-1}{3} - \frac{x+1}{6} > \frac{2x}{5} - 1.$$

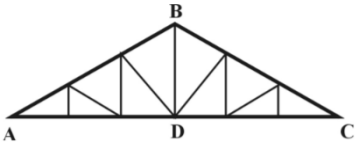
5. FELADAT
Egy somlói galuska és egy krémes ára 1230 Ft. Három krémes 570 Ft-tal drágább, mint egy somlói. Mennyit kell fizetnünk öt krémesért és két somlóiért?

6. FELADAT
Írjon fel olyan egyenletet, amelynek grafikus megoldását az alábbi ábra szemlélteti!



7. FELADAT
Valamely változó mennyiség az időtől függően az $f(t) = t^2 - 4t + 4$ függvény szerint vesz fel értéket a $t \in [0; 5]$ zárt időintervallumban. Mikor nő, illetve mikor csökken az *f* függvény értéke? Mennyi az *f* függvény maximuma, illetve minimuma és ezt mikor veszi fel?

8. FELADAT
Mennyi az ábrán látható tetőszerkezet *BD* magassága, ha az *AB*, ill. *BC* szarufák 9 m, az *AC* keresztfa pedig 15 m hosszúságú?



9. FELADAT
Egy háromszög oldalhosszúságai egész számok. Két oldala 3 cm és 7 cm. Döntse el a következő állításokról, hogy igaz vagy hamis! Indokolja válaszát!

1. állítás: A háromszög harmadik oldala lehet 9 cm.
2. állítás: A háromszög harmadik oldala lehet 10 cm.

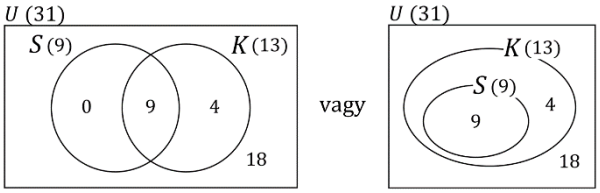
10. FELADAT
Egy színház 1200 személyes. A szombati előadásra az összes jegy elkelt. Az eladott jegyek: 40%-a 3900 Ft-os, 25%-a 4900 Ft-os, 20%-a 8000 Ft-os, 15%-a 3500 Ft-os jegy volt.

a) Ábrázolja kördiagramon az eladott jegyek jegyárak szerinti százalékos megoszlását!
b) Mennyi a színház bevétele a szombati előadásra?
c) Számítsa ki az eladott jegyek árának átlagát és szórását!

Megoldások:

1. Feladat

A feladatot szemléltető halmazábra:



$\left|\overline{K}_U\right| = 18.$

2. Feladat

C és D.

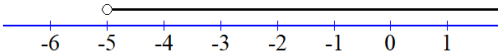
3. Feladat

$(x+3y)^2-(3y-x)^2 = x^2+6xy+9y^2-(9y^2-6xy+x^2) = x^2+6xy+9y^2-$
$-9y^2+6xy-x^2 = 12xy.$

4. Feladat

30-cal beszorozva mindkét oldalt: $10(2x-1)-5(x+1) > 12x-30$. Zárójelfelbontás és összevonás után: $15x-15 > 12x-30$, melyből $x > -5$.

A megoldáshalmaz számegyenesen ábrázolva:



5. Feladat

Jelölje x a somlói galuska, y pedig a krémes árát. Ekkor a szöveg feltételei szerint $x+y = 1230$ és $x+570 = 3y$. Az egyenletrendszer megoldása: $x = 780$ és $y = 450$, így öt krémes és két somlói $5\cdot 450+2\cdot 780 = 3810$ Ft-ba kerül.

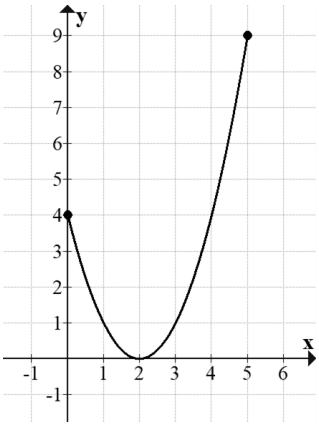
6. Feladat

$\frac{1}{2}x+2 = -\frac{3}{2}x+6.$

7. Feladat

A függvény teljes négyzetté alakítás után ábrázolható a $[0;5]$ zárt intervallumban: $f(t) = t^2-4t+4 = (t-2)^2$.

Az értékek a $t \in [0;2]$ időintervallumban csökkenek, a $t \in [2;5]$ időintervallumban növekednek. A függvény minimuma a $t = 2$ időpontban $f(2) = 0$, maximuma a $t = 5$ időpontban $f(5) = 9$.



8. Feladat

ADB derékszögű háromszögben Pitagorasz-tételt alkalmazva: $7{,}5^2+BD^2 = 9^2$, melyből $BD \approx 4{,}97$ méter. A tetőszerkezet magassága tehát kb. 4,97 méter.

9. Feladat

A háromszög-egyenlőtlenség tétele miatt a háromszög bármely oldalának hossza kisebb a másik két oldal hosszának összegénél. Az 1. állítás így igaz, a 2. állítás pedig hamis.

10. Feladat

a) A megadott százalékértékeknek megfelelő szögek: 40%: 144°, 25%: 90°, 20%: 72° és 15%: 54°.

b) Az egyes jegytípusok darabszáma rendre: 480 db, 300 db, 240 db és 180 db, így a színház szombati bevétele: $480\cdot 3900+300\cdot 4900+240\cdot 8000+180\cdot 3500 = 5\,892\,000$ Ft.

c) Az átlagár: 4910 Ft, a szórás: kb. 1617,37 Ft.

