1. FELADAT
Egy 10 tagú csoportban mindenki beszéli az angol és a német nyelv valamelyikét. Hatan beszélnek közülük németül, nyolcan angolul. Hányan beszélik mindkét nyelvet? Válaszát indokolja számítással, vagy szemléltesse Venn-diagrammal!

2. FELADAT
Írja fel az $A = \{1; 8; 17; 32\}$ halmaz minden olyan részhalmazát, amelynek csak páratlan számok az elemei!

3. FELADAT
Végezze el a kijelölt műveleteket, majd a lehetséges összevonásokat!

$$(2x - 3)(2x + 3) - (3x - 1)^2 - x(6 - 5x).$$

4. FELADAT
Tudjuk, hogy az $x^2 + bx + 10 = 0$ egyenletnek nincs valós megoldása, továbbá azt is tudjuk, hogy b egész szám. Adja meg a b legnagyobb lehetséges értékét! Válaszát indokolja!

5. FELADAT
A valós számokon értelmezett függvény hozzárendelési utasítása: $x \mapsto -4x + 8$.

a) Állapítsa meg, hogy mely pontokban metszi a függvény grafikonja a derékszögű koordinátarendszer *x* és *y* tengelyét!
b) Melyik számhoz rendeli a függvény a 100 függvényértéket?

6. FELADAT
Zedországban az emberek éves keresetük után a következőképpen adóznak:

- ha az éves kereset nem éri el az 500 zedet, 20% az adó;
- ha a kereset 500 és 1000 zed között van, akkor 100 zed és a kereset 500 zedet meghaladó részének 30%-a az adó;
- ha a kereset 1000 zed felett van, akkor 250 zed és az 1000-zedet meghaladó részének 40%-a az adó.

a) Hány zed az éves adója annak, akinek az éves keresete 2500 zed?
b) Mennyi az éves keresete annak, akinek 112 zed az adója?

7. FELADAT
A következő kérdések ugyanarra a 20 oldalú szabályos sokszögre vonatkoznak.

a) Mekkorák a sokszög belső szögei? Mekkorák a külső szögei?
b) Hány átlója, illetve hány szimmetriatengelye van a sokszögnek?
c) Hány különböző hosszúságú átló húzható egy csúcsból?

8. FELADAT
Egy focicsapat 11 játékosa megérkezik az edzésre, néhányan kezet fognak egymással. (Két játékos között legfeljebb egy kézfogás történik.) Az edző felírta, hogy ki hányszor fogott kezet, és a következő számokat kapta: 0; 1; 2; 2; 2; 5; 0; 0; 4; 4; 2.

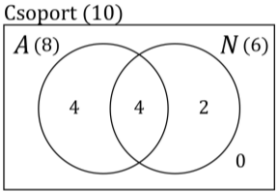
a) Ábrázolja a kézfogásoknak egy lehetséges gráfját, ahol a pontok a játékosokat jelölik, és két pont között akkor van él, ha az illetők kezet fogtak az edzés előtt!
b) Hány kézfogás történt összesen?
c) Egy másik alkalommal az edző által feljegyzett 11 nemnegatív egész számról a következőket állapítottuk meg: a számok egyetlen módusza 2, mediánja 3, átlaga 4, terjedelme pedig 5 volt. Adjon meg az előző feltételeknek megfelelő 11 nemnegatív egész számot!

Megoldások:

1. FELADAT

Logikai-szita elvét felhasználva a mindkét nyelvet beszélők száma: $|A \cap N| = |A| + |N| - |A \cup N| = 8 + 6 - 10 = 4$ fő.

Megjegyzés: A feladat Venn-diagramja:



2. FELADAT

$\{1\}$, $\{17\}$, $\{1; 17\}$.

3. FELADAT

$(2x-3)(2x+3) - (3x-1)^2 - x(6-5x) = 4x^2 - 9 - (9x^2 - 6x + 1) - 6x + 5x^2 =$
$= 4x^2 - 9 - 9x^2 + 6x - 1 - 6x + 5x^2 = -10.$

4. FELADAT

A feltétel szerint az egyenlet diszkriminánsa negatív, azaz $b^2 - 40 < 0$. Az egyenlőtlenséget kielégítő legnagyobb egész szám a 6.

5. FELADAT

a) Az *x* tengelyt a $(2; 0)$, az *y* tengelyt a $(0; 8)$ pontban metszi.

b) $-4x + 8 = 100$, melyből $x = -23$.

6. FELADAT

a) $250 + (2500 - 1000) \cdot 0{,}4 = 850$ zed.

b) 100 zed feletti az adó 500 zednél magasabb keresetnél. Ha az éves keresetet *x* jelöli, akkor $100 + (x - 500) \cdot 0{,}3 = 112$, melyből $x = 540$ zed.

7. FELADAT

a) A belső szögek 162°-osak, a külső szögek 18°-osak.

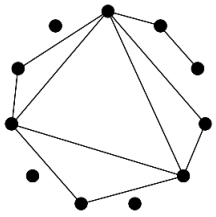
b) Az összes átló száma: $\frac{20 \cdot 17}{2} = 170$.

Szemközti csúcsokat összekötő átlóból 10 van, (ezek egyenese 1–1 szimmetriatengely) szemközti oldalak felezőpontját összekötő szimmetriatengelyből szintén 10, tehát összesen 20 szimmetriatengelye van a sokszögnek.

c) Egy csúcsból 17 átló húzható, ezek között 8–8 páronként egyenlő hosszú, tehát 9 különböző hosszúságú átló húzható egy csúcsból.

8. FELADAT

a) Egy lehetséges gráf:



b) Annyi kézfogás történt, ahány éle van a gráfnak (ez a fokszámok összegének a fele), azaz összesen 11.

c) Az átlag miatt a számok összege 44, a módusz miatt a leggyakoribb szám a 2, a medián miatt a sorba rendezett adatok között a középső szám a 3, a terjedelem miatt a legnagyobb és a legkisebb szám különbsége 5. Egy lehetséges, a feltételeknek megfelelő megoldás például: 2, 2, 2, 2, 2, 3, 6, 6, 6, 6, 7.