UTASÍTÁS A FELADATOK MEGOLDÁSÁHOZ

Ügyeljen az áttekinthető, világos munkára! Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Ha egy megoldást, vagy abból egy részt áthúz, az mindenképpen érvénytelennek tekintendő. Ha egy megoldást, vagy abból egy részt újrakezd, akkor csak a legutolsó változat értékelhető. A feladatokat tetszés szerinti sorrendben oldhatja meg. Minden feladatnál közölje a részletszámításokat is!

***(EFFM 1974-76/17/1)***
Oldja meg a következő egyenletet!

$$2x - 6 = (x - 3) \cdot \frac{2x - 2}{2x^2 - 5x + 3}.$$

***(ESZÉV 2008.10/2)***
A mosogatógépünkön háromféle program van. Egy mosogatáshoz az *A* program 20%-kal több elektromos energiát, viszont 10%-kal kevesebb vizet használ, mint a *B* program. A *B* program 30%-kal kevesebb elektromos energiát és 25%-kal több vizet használ egy mosogatáshoz, mint a *C* program. Mindhárom program futtatásakor 40 Ft-ba kerül az alkalmazott mosogatószer. Egy mosogatás az *A* programmal 151 Ft-ba, a *B* programmal 140 Ft-ba kerül. Mennyibe kerül a *C* programmal egy mosogatás?

***(EFFM 1974-76/138/2)***
Öt egymást követő egész szám közül az első három négyzetének összege egyenlő az utolsó kettő négyzetének összegével. Melyek ezek a számok?

***(ESZÉV 2019.05/3)***
Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

$a)\ \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} + \left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} = 324.$ $\qquad$ $b)\ \sqrt{6x - 24} = \sqrt{2x - 7} - 1.$

***(EFFM 1999-01/99.57/5)***
Oldja meg a valós számok legbővebb részhalmazán az alábbi egyenlőtlenséget!

$$\frac{2x^2 - 50}{(x - 3)(x - 5)} \geq 0.$$

***(EFFM 1993-95/94.62/8)***
Készítse el a $-2 \leq x \leq 6$ számközön értelmezett

$$x \mapsto |x - 3| + |x - 2| + 1$$

függvény grafikonját derékszögű koordináta-rendszerben, majd jellemezze a függvényt a következő szempontok szerint: értelmezési tartomány, zérushely, szélsőérték hely és szélsőérték, korlátosság, monotonitás, paritás, értékkészlet!

***Megoldások:***

***(EFFM 1974-76/17/1)***
Az egyenlet akkor értelmezhető, ha $x \neq 1; 1{,}5$. A nevetőt szorzattá alakítva: $(2x-3)(x-1)$. Egyszerűsítve, a kapott $x^2 - 5x + 6 = 0$ másodfokú egyenletből: $x_1 = 2$ és $x_2 = 3$.

***(ESZÉV 2008.10/2)***
A *B* program *x* Ft értékű elektromos energiát és *y* Ft értékű vizet használ egy mosogatás alkalmával. Ekkor $x + y + 40 = 140$. Az *A* program költsége: $1{,}2x + 0{,}9y + 40 = 151$. Az egyenletrendszert megoldva kapjuk: $x = 70$ és $y = 30$. A feltétel szerint a *C* program futtatása során az elektromos energia ára: $\frac{x}{0{,}7} = 100$ (Ft), a víz ára $\frac{y}{1{,}25} = 24$ (Ft). A mosogatószer árát is figyelembe véve, a *C* programmal egy mosogatás 164 Ft-ba kerül

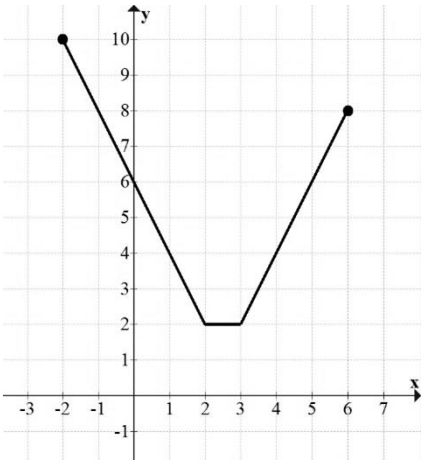
***(EFFM 1974-76/138/2)***
Legyen az öt szám $x-2; x-1; x; x+1; x+2$. A szöveg szerint: $(x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 = (x+1)^2 + (x+2)^2$. Innen $x_1 = 0$ és $x_2 = 12$. A keresett öt szám tehát –2; –1; 0; 1; 2 vagy 10; 11; 12; 13; 14.

***(ESZÉV 2019.05/3)***
*a)* Az egyenlet $\frac{4}{9} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^x = 324$ alakra hozható, melyből $x = -3$.
*b)* Kétszeres négyzetre emelés után az egyenlet $4x^2 - 38x + 88 = 0$ alakú, melyből $x_1 = 4$ és $x_2 = 5{,}5$. Behelyettesítéssel látható, hogy az eredeti egyenletet csak az $x = 4$ elégíti ki.

***(EFFM 1999-01/99.57/5)***
Értelmezési tartomány: $x \in \mathbf{R} \backslash \{3; 5\}$. Átalakítás után az $\frac{x+5}{x-3} \geq 0$ egyenlőtlenség adódik. A kikötéseket is figyelembe véve az egyenlőtlenség megoldása: $x \in ]-\infty; -5] \cup ]3; 5[ \cup ]5; \infty[$.

***(EFFM 1993-95/94.62/8)***
Az abszolútérték definíciója szerint:

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 6, & -2 \leq x < 2; \\ 2, & 2 \leq x < 3; \\ 2x - 4, & 3 \leq x \leq 6. \end{cases}$$




ÉT $\in [-2; 6]$. Zérushelye nincs. Maximum hely: $x = -2$, érték: $y = 10$, minimuma hely: $x \in [2; 3]$, érték: $y = 2$. A függvény korlátos, pontos alsó korlátja a 2, pontos felső korlátja a 10. Szigorúan monoton csökkenő a $[-2; 2[$, monoton növekedő a $[2; 6]$ intervallumban. A függvény se nem páros, se nem páratlan. ÉK $\in [2; 10]$.