1. FELADAT

Egy nyelvi csoport diákjai angol órán arról beszélgettek, hogy ki és hol nyaralt a nyáron. 7-en Olaszországban, 5-en Ausztriában, 9-en Spanyolországban, 4-en Spanyolországban és Olaszországban, 3-an Spanyolországban és Ausztriában, 5-en Olaszországban és Ausztriában jártak. 3 tanuló mindhárom helyen volt és 2 tanuló nem nyaralt az említett helyek egyikén sem.

a) Hány fő a csoport létszáma?

b) Két diákot véletlenszerűen kiválasztva, mi annak a valószínűsége, hogy mindketten Spanyolországban nyaraltak?

2. FELADAT

Egyszerűsítse a következő algebrai törtet!

$$\frac{9x^2 + 6xy + y^2}{3xy + y^2}; \qquad y \neq 0; 3x.$$

3. FELADAT

Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$(x-1)^2 - x > -1.$$

4. FELADAT

Ha egy számból kivonunk 5-öt, és a különbséget négyzetre emeljük, 50-nel kapunk kevesebbet, mintha a számot először négyzetre emeljük, és utána vonunk ki belőle 5-öt. Melyik ez a szám?

5. FELADAT

Ha egy négyzet egyik párhuzamos oldalpárjának hosszúságát 2 cm-rel, a másik párhuzamos oldalpárét pedig 3 cm-rel növeljük, akkor egy olyan téglalapot kapunk, amelynek területe a négyzet területének kétszeresénél 8 cm^2-rel kisebb. Mekkorák a négyzet oldalai?

6. FELADAT

Adja meg a következő állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

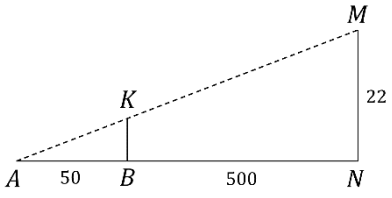
A) Minden négyzet hasonló egymáshoz.

B) Egy trapézt az alapokkal párhuzamosan kettévágva két hasonló trapézt kapunk.

C) Ha egy deltoid oldalai 5 cm, 5 cm, 3 cm, 3 cm, akkor az hasonló ahhoz a deltoidhoz, amelynek oldalai 15 cm, 15 cm, 9 cm, 9 cm.

7. FELADAT

Egy nyílt útszakasz 50 m széles *AB* sávon fekszik; az ellenség megfigyelője az $MN = 22$ m-es magaslaton helyezkedett el. Milyen magas *BK* álcázatot kell a magaslattól 500 m-re építeni, hogy a megfigyelőnek az út betekintését megakadályozzuk?



8. FELADAT

Egy 32 fős osztályban 13 lány van. Az osztály tanulói közül kettőt véletlenszerűen kiválasztunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy két lányt választunk?

9. FELADAT

Tekintsük a következő állítást: „*Ha egy négyszög négyzet, akkor a szögei derékszögek.*”

a) Mi az állítás logikai értéke?

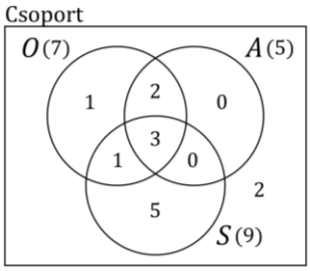
b) Fogalmazza meg az állítás megfordítását!

c) Mi a *b)* részben megfogalmazott állítás logikai értéke?

Megoldások:

1. FELADAT

a) A Venn-diagram alapján a csoport létszáma: 14 fő.



b) A kedvező esetek száma: $\binom{9}{2} = 36$, az összes eset száma: $\binom{14}{2} = 91$. A keresett valószínűség ezek hányadosa, ami kb. 0,396.

2. FELADAT

$$\frac{9x^2 + 6xy + y^2}{3xy + y^2} = \frac{(3x + y)^2}{y(3x + y)} = \frac{3x + y}{y}.$$

3. FELADAT

Az egyenlőtlenség az $x^2 - 3x + 2 > 0$ alakra hozható. Az $x \mapsto x^2 - 3x + 2$ másodfokú függvény zérushelyei: $x_1 = 1$ és $x_2 = 2$. A függvény grafikonja felfelé nyitott parabola, ezért pozitív értékű, ha $x < 1$ vagy $x > 2$.

4. FELADAT

A keresett számot *x*-szel jelölve: $(x - 5)^2 + 50 = x^2 - 5$. Innen $x = 8$.

5. FELADAT

A négyzet oldalát *x*-szel jelölve a téglalap oldalai $x + 2$ és $x + 3$. A feltétel szerint: $2x^2 - 8 = (x + 2)(x + 3)$. Innen $x_1 = -2$ (ami nem megoldás, mert $x > 0$) és $x_2 = 7$, azaz a négyzet oldalai 7 cm-esek.

6. FELADAT

a) Igaz. (Megfelelő oldalaik aránya egyenlő, és megfelelő szögeik páronként egyenlők.)
b) Hamis. (Megadható olyan eset, amikor a megfelelő oldalaik aránya nem egyenlő.)
c) Hamis. (Ha az egyik deltoid konvex, a másik konkáv, akkor megfelelő szögeik páronként nem egyenlők, azaz a két deltoid nem hasonló.)

7. FELADAT

$ABK \triangle \sim ANM \triangle$, ezért $\frac{BK}{22} = \frac{50}{50+500}$. Innen $BK = 2$, azaz 2 m magas álcázatot kell építeni.

8. FELADAT

(Ha a sorrendet nem vesszük figyelembe, akkor) a 13 lányból 2-t $\binom{13}{2} = 78$-féleképpen tudunk kiválasztani (kedvező esetek száma). A 32 diákból 2-t $\binom{32}{2} = 496$-féleképpen tudunk kiválasztani (összes eset száma). A keresett valószínűség: $\frac{78}{496} \approx 0{,}157$.

9. FELADAT

a) Az állítás igaz.
b) Az állítás megfordítása: „*Ha egy négyszög szögei derékszögek, akkor az négyzet*."
c) A megfordított állítás hamis.