1. FELADAT
Egy fagyizóban egy óra alatt 75 vásárló volt. A vásárlók közül 42-en kértek csokifagyit, és 23-an édes tölcsért. 15 olyan vásárló volt, aki édes tölcsérbe kérte a csokifagyit. Hányan nem kértek se csokifagyit, se édes tölcsért?

2. FELADAT
A hatványozás azonosságainak felhasználásával hozza egyszerűbb alakra az alábbi kifejezést! Az eredményt úgy adja meg, hogy az ne tartalmazzon törtet!

$$\left(\frac{a^3b^{-2}c^{-2}}{a^2bc^{-3}}\right)^{-1}; \qquad a,b,c \neq 0.$$

3. FELADAT
Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$\sqrt{6x+7} = 1-2x.$$

4. FELADAT
Egy jótékonysági rendezvényen sorsjegyeket árulnak. 5 kék és 3 zöld sorsjegy 10 500 Ft-ba, 3 kék és 2 zöld sorsjegy 6600 Ft-ba kerül. Mennyibe kerül egy kék, illetve egy zöld sorsjegy?

5. FELADAT
a) Legyenek $f(x) = 5x + 4{,}75$ és $g(x) = x^2 - 2x + 1$ a valós számok halmazán értelmezett függvények. Számítsa ki az alábbi táblázatok hiányzó értékeit!

x	
$f(x)$	2,25

x	-11
$g(x)$	

b) Adja meg a g függvény értékkészletét!
c) Oldja meg az $5x + 4{,}75 > x^2 - 2x + 1$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

6. FELADAT
A Földön, a tengerszinten mért légnyomás értéke közelítőleg $p_0 = 10^5$ Pa (pascal). A légnyomás mértékét a tengerszinttől h km magasságban a $p(h) = p_0 \cdot 2{,}7^{-0{,}2h}$ függvény adja meg.
a) Mekkora a légnyomás a tengerszint fölött 3600 méterrel?
b) A tengerszint fölött milyen magasságban lesz a légnyomás értéke $0{,}9 \cdot 10^5$ Pa?

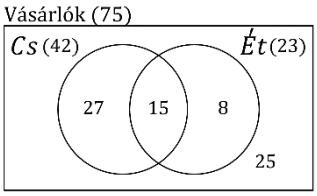
7. FELADAT
Béla egy fekete és egy fehér színű szabályos dobókockával egyszerre dob. Feljegyzi azt a kétjegyű számot, amelyet úgy kap, hogy a tízes helyiértéken a fekete kockával dobott szám, az egyes helyiértéken pedig a fehér kockával dobott szám áll. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a feljegyzett kétjegyű szám
a) négyzetszám;
b) számjegyei megegyeznek;
c) számjegyeinek összege legfeljebb 9?

8. FELADAT
Tekintsük a következő állítást: „*Ha egy trapéz húrtrapéz, akkor van szimmetriatengelye*.”
a) Mi az állítás logikai értéke?
b) Fogalmazza meg az állítás megfordítását!
c) Mi a *b)* részben megfogalmazott állítás logikai értéke?

Megoldások:

1. FELADAT

A szöveg szerint kitöltött Venn-diagram:



Ez alapján 25 vásárló se csokifagyit, se édes tölcsért nem kért.

2. FELADAT

$$\left(\frac{a^3b^{-2}c^{-2}}{a^2bc^{-3}}\right)^{-1} = \left(\frac{ac}{b^3}\right)^{-1} = \frac{b^3}{ac} = a^{-1}b^3c^{-1}.$$

3. FELADAT

Az egyenlet akkor értelmezhető, ha $x \geq -\frac{7}{6}$ és $x \leq \frac{1}{2}$. Négyzetre emelés és rendezés után az egyenlet a $2x^2 - 5x - 3 = 0$ alakra hozható. Innen $x_1 = -\frac{1}{2}$ és $x_2 = 3$, de az eredeti egyenletnek csak az $x = -\frac{1}{2}$ lesz a megoldása.

4. FELADAT

Ha a kék sorsjegy ára *k* Ft, a zöld sorsjegyé *z* Ft, akkor a szöveg alapján $5k + 3z = 10\,500$ és $3k + 2z = 6600$. Innen $k = 1200$ és $z = 1500$, azaz egy kék sorsjegy ára 1200 Ft, egy zöld sorsjegy ára 1500 Ft.

5. FELADAT

a) $5x + 4{,}75 = 2{,}25$, melyből $x = -0{,}5$, és $g(-11) = (-11)^2 - 2 \cdot (-11) + 1 = 144$.

b) $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$. A g függvény értékkészlete: $[0; \infty[$.

c) Rendezés után: $x^2 - 7x - 3{,}75 < 0$. Az $x \mapsto x^2 - 7x - 3{,}75$ másodfokú függvény zérushelyei: $x_1 = -0{,}5$ és $x_2 = 7{,}5$. A függvény grafikonja felfelé nyitott parabola, ezért negatív értékű, ha $-0{,}5 < x < 7{,}5$.

6. FELADAT

a) 3600 m = 3,6 km, így $p(3{,}6) = 10^5 \cdot 2{,}7^{-0{,}2 \cdot 3{,}6} \approx 16732{,}9$ Pa

b) Meg kell oldanunk a $10^5 \cdot 2{,}7^{-0{,}2h} = 0{,}9 \cdot 10^5$ exponenciális egyenletet. Egyszerűsítés után: $2{,}7^{-0{,}2h} = 0{,}9$. Innen $-0{,}2h = \log_{2{,}7} 0{,}9 \approx -0{,}1061$, melyből $h \approx 0{,}53$. Azaz kb. 530 m-es magasságban lesz a légnyomás $0{,}9 \cdot 10^5$ Pa.

7. FELADAT

a) 36 esetből a dobható négyzetszámok: 16, 25, 36, 64. A keresett valószínűség: $\frac{1}{9} \approx 0{,}111$.

b) A számjegyek 6 esetben egyeznek meg. A keresett valószínűség: $\frac{1}{6} \approx 0{,}167$.

c) 30 esetben lesz a számjegyek összege legfeljebb 9. A keresett valószínűség: $\frac{30}{36} \approx 0{,}833$.

8. FELADAT

a) Az állítás igaz.

b) Az állítás megfordítása: „*Ha egy trapéznak van szimmetriatengelye, akkor az húrtrapéz.*”

c) A megfordított állítás igaz.