1. FELADAT
Adottak a következő halmazok: $A = \{66 \text{ pozitív osztói}\}$ és $B = \{20\text{-nál kisebb prímszámok}\}$. Adja meg a következő halmazokat az elemeik felsorolásával:

$a) A \cup B;$ $b) A \cap B;$ $c) A \backslash B;$ $d) B \backslash A.$

2. FELADAT
Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\sqrt{x+5} = 1 - x.$$

3. FELADAT
Tizenhat év múlva az apa kétszer idősebb lesz fiánál. Hány évesek most, ha 4 évvel ezelőtt az apa hatszor annyi idős volt, mint a fia?

4. FELADAT
630 facsemetét két négyzet alakú parcellába akartak ültetni (a sorok és oszlopok száma egy-egy parcellában megegyezik). Az egyik négyzet oldala mentén 5 fával kevesebbet ültettek, mint a másik mentén, és így 5 csemete megmaradt. Hány fát ültettek egy-egy parcellába?

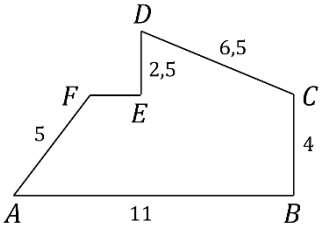
5. FELADAT
Igaz-e a következő kijelentés? Válaszát indokolja!

$$11021_3 = 1101011_2$$

6. FELADAT
Állapítsa meg a következő állítások mindegyikéről, hogy igaz vagy hamis!

A: Ha egy páros szám osztható 9-cel, akkor osztható 18-cal is.
B: Minden 100-zal osztható szám 200-zal is osztható.
C: Van olyan 100-zal osztható szám, ami 13-mal is osztható.
D: Csak a 3-mal osztható páros számok oszthatók 6-tal.

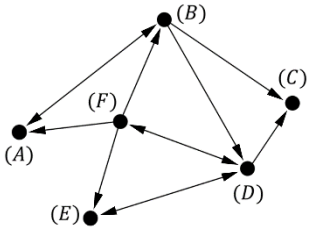
7. FELADAT
Az ábrán látható sokszögben $ABC\angle = DEF\angle = 90°$, továbbá tudjuk, hogy $AB \parallel EF$ és $BC \parallel ED$. Számítsa ki a sokszög területét!



8. FELADAT
Egy piros, egy sárga és egy kék szabályos dobókockát egyszerre feldobunk! Mennyi a valószínűsége annak, hogy

a) elsőként 6-ost dobunk,
b) legalább egy 6-os dobunk,
c) minden dobott szám különböző,
d) a dobott számok összege 15 lesz?

9. FELADAT
Egy iskolai labdarúgó-bajnokságban 6 csapat körmérkőzést játszik. (Minden csapat minden csapattal egyszer játszik.) Az ábra az eddig lejátszott mérkőzéseket mutatja. A nyíl mindig a győztes csapat felé mutat. Döntetlen esetén az összekötő vonal mindkét végén nyíl van. A csapat győzelem esetén 2 pontot, döntetlen esetén 1 pontot kap, vereség esetén pedig nem kap pontot. Melyik csapatnak hány pontja van ebben a pillanatban?



Megoldások:

1. FELADAT

Mivel $A = \{1; 2; 3; 6; 11; 22; 33; 66\}$ és $B = \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19\}$, ezért
$a)$ $A \cup B = \{1; 2; 3; 5; 6; 7; 11; 13; 17; 19; 22; 33; 66\}$. $b)$ $A \cap B = \{2; 3; 11\}$.
$c)$ $A \backslash B = \{1; 6; 22; 33; 66\}$. $d)$ $B \backslash A = \{5; 7; 13; 17; 19\}$.

2. FELADAT

Az egyenlet akkor értelmezhető, ha $x \geq -5$ és $x \leq 1$. Négyzetre emelés és rendezés után az egyenlet az $x^2 - 3x - 4 = 0$ alakra hozható. Innen $x_1 = -1$ és $x_2 = 4$, de az eredeti egyenletnek csak az $x = -1$ lesz a megoldása.

3. FELADAT

Legyen az apa jelenlegi életkora *x*, a fiáé *y*. A feladat feltétele szerint: $x + 16 = 2(y + 16)$ és $x - 4 = 6(y - 4)$, melyből $x = 34$ és $y = 9$. Az apa most 34 éves, a fia pedig 9 éves.

4. FELADAT

Legyen *x* az egyik parcella, $x - 5$ a másik parcella egy sorában lévő fák száma. Ekkor a feltétel szerint: $x^2 + (x - 5)^2 = 625$, melyből $x_1 = -15$ és $x_2 = 20$. Mivel $x > 5$ (egész szám), ezért csak a második gyök ad megoldást. A parcellákba így 400 db és 225 db fát ültettek.

5. FELADAT

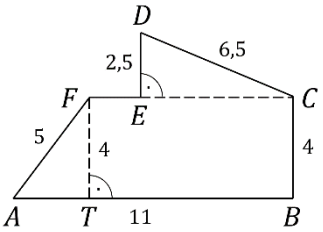
Mivel $11021_3 = 115$ és $1101011_2 = 107$, ezért a kijelentés nem igaz.

6. FELADAT

a) Igaz. (18-cal pontosan akkor osztható egy szám, ha 2-vel és 9-cel is osztható.)
b) Hamis. (Ellenpélda például a 100.)
c) Igaz. (Ilyen pl. 1300.)
d) Igaz. (6-tal pontosan akkor osztható egy szám, ha 2-vel és 3-mal is osztható.)

7. FELADAT

A sokszög két derékszögű háromszögre és egy téglalapra bontható, ahol $FT = BC = 4$. *ATF* és *CDE* háromszögekben Pitagorasz-tétellel: $AT = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ és $CE = \sqrt{6{,}5^2 - 2{,}5^2} = 6$. A téglalap oldalai így 4 és 8. A sokszög területe: $\frac{3 \cdot 4}{2} + \frac{6 \cdot 2{,}5}{2} + 8 \cdot 4 = 45{,}5$.



8. FELADAT

Három kockával $(6 \cdot 6 \cdot 6 =)$ 216-féleképpen dobhatunk (összes eset száma).

a) Elsőként 6-ost dobunk $1 \cdot 6 \cdot 6 = 36$ esetben. A keresett valószínűség: $\frac{36}{216} = \frac{1}{6} \approx 0{,}167$.

b) Komplementer eseménnyel számolunk. Nincs 6-os a dobások között $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ esetben. A keresett valószínűség: $1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216} \approx 0{,}421$.

c) A dobott számok különbözőek $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ esetben. A valószínűség: $\frac{120}{216} = \frac{5}{9} \approx 0{,}556$.

d) A dobott számok összege 15, ha a dobott számok: 6, 6, 3 (ebből a kockák különböző színezése miatt 3 eset van), 6, 5, 4 (ebből 6 eset van), 5, 5, 5 (ebből 1 eset van). Összesen tehát 10 esetben lesz a dobott számok összege 15. A keresett valószínűség: $\frac{10}{216} = \frac{5}{108} \approx 0{,}046$.

9. FELADAT

Az eddigi pontok: (A) 3 pont, (B) 3 pont, (C) 4 pont, (D) 4 pont, (E) 3 pont és (F) 1 pont.