1. FELADAT
Szemléltesse az $A = \{-2; 0; 1; 2; 3\}$, $B = \{0; 2; 3; 4\}$ és $C = \{-1; 0; 1; 3; 5\}$ halmazokat Venn-diagrammal, majd határozza meg az alábbi halmazok elemeit!

a) $A \cap B \cap C$. *b)* $A \backslash B \backslash C$. *c)* $C \cap (A \cup B)$. *d)* $B \backslash (A \cap C)$.

2. FELADAT
Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$32^x = 4^{4x-1}.$$

3. FELADAT
Két zsebemben együttvéve 2000 Ft van. Ha az egyikben lévő összeg negyedrészét és még 200 Ft-ot átteszek a másikba, akkor mindkét zsebemben ugyanannyi pénz lesz. Mennyi pénz volt eredetileg az egyik és a másik zsebemben?

4. FELADAT
Rendezze növekvő sorrendbe a következő számokat!

$$1101001_2; \quad 20101_3; \quad 1331_4; \quad 1034_5.$$

5. FELADAT
Adja meg annak az elsőfokú függvénynek a hozzárendelési szabályát, amelynek meredeksége (-3), és grafikonja áthalad a $(2; -1)$ ponton!

6. FELADAT
Egy 2 méter magas létra tetején álló 180 cm magas ember a szemközti ház tetejét 12°-os emelkedési szögben látja. Az ember és a ház távolsága 18 méter. Milyen magas a szemközti ház?

7. FELADAT
Az *ABC* háromszög *AB* oldalának felezőpontja *F*, *BC* oldalának felezőpontja *G*. Tudjuk, hogy $AF = FG = 3$ cm.

a) Igazolja, hogy $AGB\angle = 90°$!
b) Igazolja, hogy $AB = AC$, tehát az *ABC* háromszög egyenlő szárú!

Az *ABC* háromszögről még azt is tudjuk, hogy $ABC\angle = 70°$!

c) Számítsa ki az *ABC* háromszög területét!

8. FELADAT
András minden hétvégén vagy csak kenuzik, vagy csak kajakozik és azt, hogy egy adott hétvégén éppen melyiket űzze, egy szabályos pénzérme feldobásával dönti el. (Fej esetén kenuzik, írásnál kajakozik.) Mennyi a valószínűsége, hogy

a) a következő két hétvégén először kenuzik, azután kajakozik,
b) négy egymás utáni hétvégén felváltva űzi a két sportot?

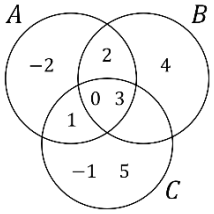
9. FELADAT
Az alábbi táblázat Károly heti munkaidejét tartalmazza naponkénti bontásban!

Napok	*Hétfő*	*Kedd*	*Szerda*	*Csütörtök*	*Péntek*	*Szombat*
Munkaidő (óra)	7	8	8	8	7	1

a) Adja meg a munkaórák átlagát, móduszát, mediánját, szórását!
b) Ábrázolja kördiagramon a heti munkaidőt! Adja meg az egyes körcikkekhez tartozó középponti szögek nagyságát is!

Megoldások:

1. FELADAT



A feladat Venn-diagramja:

a) $A \cap B \cap C = \{0; 3\}$. *b)* $A \backslash B \backslash C = \{-2\}$. *c)* $C \cap (A \cup B) = \{0; 1; 3\}$. *d)* $B \backslash (A \cap C) = \{2; 4\}$.

2. FELADAT

Az egyenlet mindkét oldalán áttérve 2-es alapú hatványokra: $2^{5x} = 2^{2(4x-1)}$. Innen (az exponenciális függvény egyértelműsége miatt) $5x = 2(4x - 1)$, azaz $x = \frac{2}{3}$.

3. FELADAT

Legyen eredetileg az egyik zsebemben *x* Ft, a másikban $2000 - x$ Ft. A szöveg feltétele szerint: $\frac{3}{4}x - 200 = 2000 - x + \frac{1}{4}x$+200. Innen $x = 1600$, azaz az egyik zsebemben 1600 Ft, a másikban 800 Ft volt eredetileg.

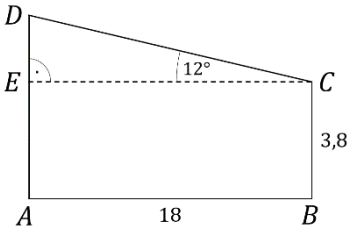
4. FELADAT

Mivel $1101001_2 = 105$, $20101_3 = 172$, $1331_4 = 125$ és $1034_5 = 144$, ezért $1101001_2 < 1331_4 < 1034_5 < 20101_3$.

5. FELADAT

A függvény általános alakja $f(x) = mx + b$, ahol *m* a függvény meredeksége. Az első feltétel szerint $f(x) = -3x + b$, a második szerint: $f(2) = -3 \cdot 2 + b = -1$. Innen $b = 5$, azaz a függvény hozzárendelési szabálya: $f(x) = -3x + 5$.

6. FELADAT



Az *ECD* derékszögű háromszögben: $\operatorname{tg} 12° = \frac{DE}{18}$, melyből $DE \approx 3{,}83$. Vagyis $AD = AE + DE = 3{,}8 + 3{,}83 = 7{,}63$. A ház magassága kb. 7,63 méter.

7. FELADAT

a) Mivel $FA = FB = FG = 3$ cm, így Thalész-tétel miatt $AGB\angle = 90°$.

b) *FG* középvonal, így $AC = 6$, ezért $AC = AB$, tehát a háromszög egyenlő szárú.

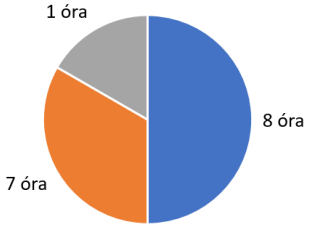
c) $BAC\angle = 180° - (70° + 70°) = 40°$, így $T = \frac{6 \cdot 6 \cdot \sin 40°}{2} \approx 11{,}57$ cm^2.

8. FELADAT

a) A kedvező esetek száma $1 \cdot 1 = 1$, az összes lehetőség száma pedig $2 \cdot 2 = 4$. A keresett valószínűség ezek hányadosa, azaz $\frac{1}{4} = 0{,}25$.

b) Kétféleképpen következhet be ez az esemény: kajak-kenu-kajak-kenu vagy kenu-kajak-kenu-kajak, azaz a kedvező esetek száma 2. Az összes lehetőség száma: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$. A keresett valószínűség: $\frac{2}{16} = \frac{1}{8} = 0{,}125$.

9. FELADAT



a) A munkaórák átlaga: $\frac{8+8+8+7+7+1}{6} = 6{,}5$, módusza: 8, mediánja: 7,5, szórása: $\sqrt{\frac{3(8-6{,}5)^2+2(7-6{,}5)^2+(1-6{,}5)^2}{6}} = 2{,}5$.

b) Az egyes munkaórákhoz tartozó középponti szögek nagysága: 8 óra (180°), 7 óra (120°), 1 óra (60°).