1. FELADAT
Egy iskolai tanulói között kétszer annyian vannak, akik szeretik a klasszikus zenét, mint akik szeretik a dzsesszt. 22-en mindkét műfajt, és 71-en legalább az egyik műfajt szeretik az előbbiek közül. Hányan vannak, akik szeretik a dzsesszt, de nem szeretik a klasszikus zenét?

2. FELADAT
Hozza egyszerűbb alakra az alábbi kifejezést!

$$\frac{(p^3 \cdot q^{-2})^2 \cdot (p^4 \cdot q^{-3})^5}{(p^2 \cdot q^{-4})^3}; \qquad p \neq 0;\ q \neq 0.$$

3. FELADAT
Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$3^{x^2-3x-8} = 9.$$

4. FELADAT
Egy játék árát karácsony előtt 20%-kal felemelték, majd az ünnep után 25%-kal csökkentették, így 10 800 Ft-ért árulják.

a) Mennyi volt a játék ára eredetileg?
b) Hány százaléka a mostani ár az eredetinek?

5. FELADAT
Adott a nemnegatív valós számok halmazán értelmezett *f*, illetve a valós számok halmazán értelmezett *g* és *h* függvény:

$f(x) = \sqrt{x} - 1.$ $\qquad g(x) = -x^2.$ $\qquad h(x) = 3^x.$

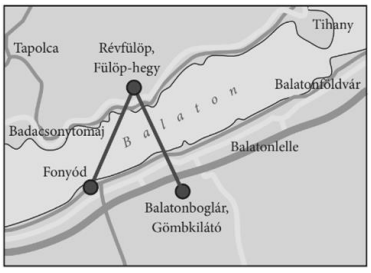
Töltse ki az alábbi táblázatot az „igaz” és „hamis” szavakkal annak megfelelően, hogy az adott kijelentés igaz vagy hamis az adott függvény esetén!

	van zérushelye	**monoton növekvő a teljes értelmezési tartományon**	**van maximuma**
f			
g			
h			

6. FELADAT
Döntse el az alábbi négy állításról, hogy melyik igaz, illetve hamis!

a) Van olyan derékszögű háromszög, amelyben az egyik hegyesszög szinusza $\frac{1}{2}$.
b) Ha egy háromszög egyik hegyesszögének szinusza $\frac{1}{2}$, akkor a háromszög derékszögű.
c) A derékszögű háromszögnek van olyan szöge, amelynek nincs tangense.
d) A derékszögű háromszögek bármelyik szögének értelmezzük a koszinuszát.

7. FELADAT
Nyaranta a révfülöpi és a balatonboglári kilátók népszerű kirándulóhelyek. A két kilátó távolsága közelítőleg 6 km. Mekkora szöget zár be a Fülöp-hegyet Fonyóddal összekötő egyenes a Fülöp-hegyet a Gömbkilátóval összekötő egyenessel, ha tudjuk, hogy a Gömbkilátó 9 km-re, a Fülöp-hegyi kilátó 11 km-re van Fonyódtól? Az eredményt egész fokra kerekítve adja meg!

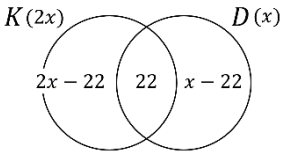


8. FELADAT
Egy hattagú társaság tagjairól tudjuk, hogy kinek hány ismerőse van a társaságban: 3, 3, 1, 1, 1, 1. Szemléltesse gráffal a társaság ismeretségi viszonyait! (Minden ismeretség kölcsönös.)

Megoldások:

1. Feladat

Jelölje x a dzsessz, $2x$ a klasszikus zenét szeretők számát. Ekkor csak a dzsessz zenét $x-22$, csak a klasszikus zenét $2x-22$ tanuló szereti. A feltétel szerint $2x-22+22+x-22=71$. Innen $x=31$, azaz 9-en szeretik a dzsesszt, de nem szeretik a klasszikus zenét.



2. Feladat

$$\frac{(p^3\cdot q^{-2})^2\cdot(p^{-1}\cdot q^{-3})^5}{(p^2\cdot q^{-4})^3}=\frac{p^6\cdot q^{-4}\cdot p^{-5}\cdot q^{-15}}{p^6\cdot q^{-12}}=\frac{p\cdot q^{-19}}{p^6\cdot q^{-12}}=p^{-5}\cdot q^{-7} \text{ vagy } \frac{1}{p^5\cdot q^7}.$$

3. Feladat

Mindkét oldalt 3 hatványaként felírva: $3^{x^2-3x-8}=3^2$. Innen (az exponenciális függvény egyértelműsége miatt) $x^2-3x-8=2$, melyből $x_1=-2$ és $x_2=5$.

4. Feladat

a) Jelölje x a játék eredeti árát. Ekkor a feltétel szerint $x\cdot 1{,}2\cdot 0{,}75=10\,800$. Innen $x=12\,000$, azaz a játék eredetileg 12 000 Ft-ba került.

b) A mostani ár az eredeti ár $\frac{10\,800}{12\,000}\cdot 100=90\%$-a. (*vagy* A mostani ár az eredti ár $1{,}2\cdot 0{,}75=0{,}9$-szerese, azaz 90%-a.)

5. Feladat

A helyesen kitöltött táblázat:

	van zérushelye	monoton növekvő a teljes értelmezési tartományon	van maximuma
f	igaz	igaz	hamis
g	igaz	hamis	igaz
h	hamis	igaz	hamis

6. Feladat

a) Igaz. (Példa: olyan derékszögű háromszög, amelynek egyik helyesszöge 30°-os.)

b) Hamis. (Ellenpélda: olyan nem derékszögű háromszög, amelynek egyik szöge 30°-os.)

c) Igaz. (A 90°-nak a tangense nem értelmezett.)

d) Igaz. (A koszinusz-függvény értelmezési tartománya a valós számok halmaza.)

7. Feladat

A települések által meghatározott háromszögben írjuk fel a koszinusztételt a 9 km-es oldalra: $9^2=11^2+6^2-2\cdot 11\cdot 6\cdot\cos\varphi$. Innen $\cos\varphi=\frac{11^2+6^2-9^2}{2\cdot 11\cdot 6}\approx 0{,}5758$, és $\varphi\approx 54{,}84°$. A keresett szög a kért kerekítéssel tehát 55°.

8. Feladat

Az ismeretségek gráfja:

