1. FELADAT
Legyen adott az $A = \{-4; -2; 0; 2\}$ és a $B = \{n \in \mathbf{Z}^+ \mid n < 4\}$. Elemeik felsorolásával képezze az $A \cup B$, $A \cap B$, $A \backslash B$, $B \backslash A$ halmazokat!

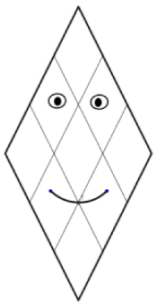
2. FELADAT
Végezze el a következő műveleteket, majd vonja össze az egynemű kifejezéseket!

$$(4x - 1)(4x + 1) - (3x - 2)^2.$$

3. FELADAT
Egy árucikk első- és másodosztályú darabjait összekeverték. Az egyiknek 5000 Ft, a másiknak 2000 Ft a darabonkénti ára. Összesen 1200 db van a kétféle fajtából. Ha 6000 Ft-ért adnák az áru valamennyi darabját, 50%-os lenne a haszon. Hány darab volt külön-külön a kétféle áruból?

4. FELADAT
Egy 19 cm sugarú körben behúzunk egy 15 cm-es húrt. Mekkora a keletkezett kisebbik körszelet területe?

5. FELADAT
Egy 5,2 cm oldalú rombusz átlói hosszának aránya 5: 12.



a) Számítással igazolja, hogy a rombusz átlóinak hossza 4 cm és 9,6 cm!
b) Számítsa ki a rombusz szögeit! Válaszát fokban, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

Péter rombusz alakú papírsárkányát az ábra szerint kilenc darab egybevágó, rombusz alakú területrészre osztotta, és egy részt sárgára, négy részt kékre, négy részt pedig pirosra festett.

c) Hányféleképpen festhette ki a papírsárkányt?

6. FELADAT
Adottak az $\underline{a}(4; a_2)$ és $\underline{b}(-2; 1)$ vektorok.

a) Adja meg az a_2 értkét, ha az $\underline{a}$ vektor hossza 5 egység!
b) Adja meg annak a $\underline{c}$ vektornak a koordinátáit, amelyre $3\underline{b} - 2\underline{c} = (-3; 5)$!

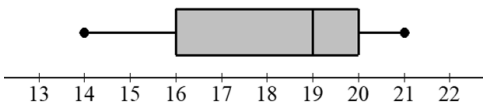
7. FELADAT
Az autókereskedés parkolójában 1–25-ig számozott hely van. Minden beérkező autó véletlenszerűen kap parkolóhelyszámot.

a) Az üres parkolóba elsőként beparkoló autó vezetőjének szerencseszáma a 7. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a kapott parkolóhelyszámnak van hetes számjegye, vagy a szám hétnek többszöröse?

Egy napon az üres parkolóba 25 kocsi érkezik: 12 ezüstszínű ötajtós, 4 piros négyajtós, 2 piros háromajtós és 7 zöld háromajtós.

b) Az üres parkolóba már beálltak a négy és ötajtós autók. Hányféleképpen állhatnak be az üresen maradt helyekre a háromajtósak? (Az azonos színű autókat nem különböztetjük meg egymástól.)

8. FELADAT
Állapítsa meg a dobozdiagram alapján, hogy az adatsokaság félterjedelme hány százaléka a terjedelemnek! Az adatsokaság elemei egész számok.



Megoldások:

1. FELADAT

Mivel $B = \{1; 2; 3\}$, így $A \cup B = \{-4; -2; 0; 1; 2; 3\}$, $A \cap B = \{2\}$, $A \backslash B = \{-4; -2; 0\}$ és $B \backslash A = \{1; 3\}$.

2. FELADAT

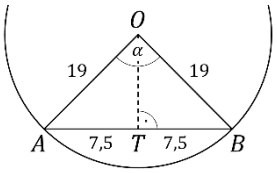
$(4x - 1)(4x + 1) - (3x - 2)^2 = 16x^2 - 1 - (9x^2 - 12x + 4) = 16x^2 - 1 - 9x^2 + 12x - 4 = 7x^2 + 12x - 5$.

3. FELADAT

Legyen x db első- és $1200 - x$ db másodosztályú árucikk. A feltétel szerint: $1200 \cdot 6000 = 1{,}5 \cdot [5000x + 2000(1200 - x)]$. Innen $x = 800$, azaz 800 db első- és 400 db másodosztályú árucikk volt.

4. FELADAT

OTB derékszögű háromszögben $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{7{,}5}{19}$, melyből $\alpha \approx 46{,}5°$ (a körszelethez tartozó középponti szög). A körszelet területét megkapjuk, ha a körcikk területéből kivonjuk a sugarak és húr által határolt háromszög területét: $\frac{19^2\pi \cdot 46{,}5°}{360°} - \frac{19^2 \cdot \sin 46{,}5°}{2} \approx 15{,}56$ cm^2.



5. FELADAT

a) Az átlók hossza legyen $5x$ és $12x$. Pitagorasz-tétel szerint: $(2{,}5x)^2 + (6x)^2 = 5{,}2^2$, melyből $x = 0{,}8$. A rombusz átlói $5 \cdot 0{,}8 = 4$ cm és $12 \cdot 0{,}8 = 9{,}6$ cm.

b) A rombusz átlói szögfelezők és merőlegesen felezik egymást, így $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{2{,}5}{6}$, melyből (a kért kerekítéssel) $\alpha \approx 45{,}2°$ és $\beta \approx 134{,}8°$.

c) A sárga színű részt 9-féleképpen, a kék színű részeket $\binom{8}{4}$-féleképpen választhatta ki. (A többi rész piros színű lesz.) Így összesen $9 \cdot \binom{8}{4} = 630$ lehetőség van a színezésre.

6. FELADAT

a) $\sqrt{4^2 + {a_2}^2} = 5$, melyből $a_2 = \pm 3$.

b) Legyen $\underline{c}(c_1; c_2)$. Ekkor $3 \cdot (-2) - 2c_1 = -3$, melyből $c_1 = -\frac{3}{2}$, és $3 \cdot 1 - 2c_2 = 5$, melyből $c_2 = -1$, azaz $\underline{c}\left(-\frac{3}{2}; -1\right)$.

7. FELADAT

a) A 25 parkolóhely közül 4 „szerencsés” van: a 7-es, a 17-es, a 14-es és a 21-es. A keresett valószínűség: $\frac{4}{25} = 0{,}16$.

b) A feltétel szerint a 2 piros és 7 zöld háromajtós autót kell elhelyezni a megmaradt 9 helyre. Mivel az azonos színű autókat nem különböztetjük meg, ezért $\frac{9!}{2! \cdot 7!} = 36$ a lehetséges elhelyezkedések száma. (*Más megoldás*: A 2 piros autó $\binom{9}{2} = 36$-féleképpen állhat be, és ezzel a zöld autók helye is eldőlt.)

8. FELADAT

Az adatsokaság legkisebb és legnagyobb eleme a 14 és a 21, így a terjedelem $21 - 14 = 7$. Az alsó és a felső kvartilis 16 és 20, így a félterjedelem $20 - 16 = 4$. A félterjedelem a terjedelemnek $\frac{4}{7} \cdot 100 \approx 57{,}14\%$-a.