1. FELADAT

Legyen adott az $A = \{$10-nél kisebb prímszámok$\}$, $B = \{$a $]0; 5[$ intervallum egész elemei$\}$ és $C = \{$12 pozitív osztói$\}$ halmaz. Adja meg elemeik felsorolásával a következő halmazokat:

a) $A \cup (B \backslash C)$; *b)* $A \backslash (B \cup C)$; *c)* $A \cap B \cap C$.

2. FELADAT

Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$4y - 5 = 8\sqrt{y}.$$

3. FELADAT

Egy kereskedő kétféle árucikket vásárolt: inget kétszer annyiért, mint pólót. Az ingeken 15%-ot, a pólókon 20%-ot keresett, így a nyeresége 100-100 darab eladása után 450 000 Ft.

a) Darabonként mennyiért vásárolta, és mennyiért adta el a termékeket?
b) Hány százalék az összes nyeresége?

4. FELADAT

Egy versenyen a résztvevőknek 144 kártyanaptárt, 96 képeslapot és 336 tollat osztottak szét ajándékba. Hány gyerek vehetett részt a versenyen, ha a kártyanaptárakat, a képeslapokat és a tollakat is egyenlően osztják el a résztvevők között? Válaszát indokolja!

5. FELADAT

Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

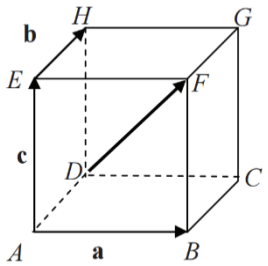
a) Két négyzetszám összege nem lehet négyzetszám.
b) Van olyan valós szám, amelynek második hatványa nagyobb a harmadik hatványánál.
c) Egy negatív szám negatív kitevős hatványa lehet pozitív.

6. FELADAT

Adott az O középpontú, $r = 20$ egység sugarú kör. Mennyivel hosszabb a kör 100°-os középponti szögéhez tartozó rövidebbik íve, mint a húrja?

7. FELADAT

Írja fel az ábrán látható kocka $\overrightarrow{DF}$ átlóvektorát a kocka három élvektorának (**a**, **b** és **c**), továbbá a vektorműveleteknek a felhasználásával!



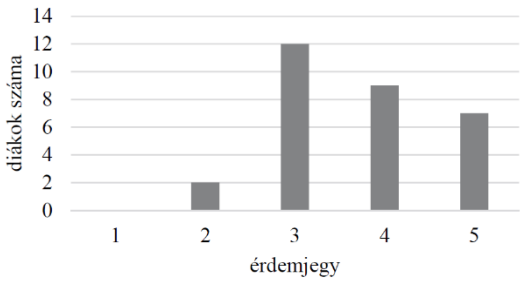
8. FELADAT

Adott az $A(7; -5)$ és $B(1; 3)$ pont.

a) Határozza meg az AB szakasz felezőpontjának koordinátáit!
b) Adja meg az $\overrightarrow{AB}$ vektor hosszát!
c) Írja fel az AB pontokra illeszkedő egyenes egyenletét!

9. FELADAT

Egy 30 fős osztály matematikaérettségi vizsgájának érdemjegyei olvashatók le az alábbi diagramról. Az osztály tanulóinak matematikaérettségi dolgozatai közül az érettségi elnök véletlenszerűen kiválaszt és megvizsgál kettőt. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy mindkét kiválasztott dolgozat érdemjegye hármas! Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg!



Megoldások:

1. FELADAT

Mivel $A = \{2; 3; 5; 7\}$, $B = \{1; 2; 3; 4\}$ és $C = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$, ezért

a) $A \cup (C \backslash B) = \{2; 3; 5; 6; 7; 12\}$.

b) $A \backslash (B \cup C) = \{5; 7\}$.

c) $A \cap B \cap C = \{2; 3\}$.

2. FELADAT

Az egyenlet akkor értelmezhető, ha $y \geq 0$ és $y \geq \frac{5}{4}$. Négyzetre emelés és rendezés után az egyenlet az $16y^2 - 104y + 25 = 0$ alakra hozható. Innen $y_1 = 0{,}25$ és $y_2 = 6{,}25$, de az eredeti egyenletnek csak az $x = 6{,}25$ lesz a megoldása.

3. FELADAT

a) Legyen *x* egy darab póló, $2x$ egy darab ing ára. A feladat feltétele szerint $100x \cdot 0{,}2 + 200x \cdot 0{,}15 = 450\,000$, melyből $x = 9000$. A kereskedő az ingeket 18 000 Ft darabáron vette és 20 700 Ft-ért adta el, a pólókat 9000 Ft darabáron vette és 10 800 Ft-ért adta el.

b) A termékeket $100 \cdot (9000 + 18\,000) = 2\,700\,000$ Ft-ért vásárolt, aminek 450 000 Ft a 16,67%-a.

4. FELADAT

A feladat a három szám legnagyobb közös osztójának a meghatározása. Mivel $144 = 2^4 \cdot 3^2$, $96 = 2^5 \cdot 3$ és $336 = 2^4 \cdot 3 \cdot 7$, ezért $(144; 96; 336) = 48$, azaz 48 gyerek volt.

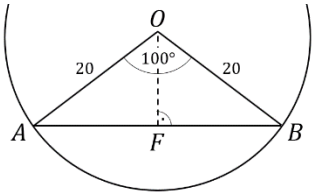
5. FELADAT

a) Hamis. (Ellenpélda a 0, mint négyzetszám, hiszen $0 + 0 = 0$.)

b) Igaz. (Ilyen például -1, mert $(-1)^2 = 1 > (-1)^3 = -1$.)

c) Igaz. (Például $(-1)^{-2} = \frac{1}{(-1)^2} = \frac{1}{1} = 1$.)

6. FELADAT



A rövidebbik körív hossza: $2 \cdot 20 \cdot \pi \cdot \frac{100°}{360°} \approx 34{,}91$. *FBO* háromszögben: $\sin 50° = \frac{FB}{20}$, melyből $FB \approx 15{,}32$. Így az *AB* húr hossza kb. 30,64. Az ív közelítőleg 4,27 egységgel hosszabb a húrnál.

7. FELADAT

$\overrightarrow{DF} = \mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c}$.

8. FELADAT

a) $(4; -1)$

b) $\overrightarrow{AB}(-6; 8)$, így $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = 10$.

c) Az *AB* egyenes meredeksége: $m = \frac{3-(-5)}{1-7} = -\frac{4}{3}$. Az *AB* egyenes egyenlete (pl. *B*-t helyettesítve az egyenes irányítényezős alakjába): $y - 3 = -\frac{4}{3}(x - 1)$, amely rendezve: $y = -\frac{4}{3}x + \frac{13}{3}$ (vagy törtmentes formában: $4x + 3y = 13$).

9. FELADAT

A kedvező esetek száma $\binom{12}{2} = 66$, az összes eset száma $\binom{30}{2} = 435$. A keresett valószínűség ezek hányadosa, ami a kért kerekítéssel 0,152.