1. FELADAT
Egy konferencián angolul, németül, illetve franciául beszélnek a résztvevők. Egy résztvevő akár több nyelven is beszélhet. Jelöljük az egyes nyelvek halmazát *A*, *N* és *F* betűkkel!

a) Adja meg szavakkal, hogy kik tartoznak az $(A \backslash N) \cap (A \backslash F)$ halmazba!
b) Írja le halmazelméleti jelekkel a legalább egy nyelvet beszélők halmazát!

2. FELADAT
Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$(4x-1)^2-(x+1)(2x-3)=11.$$

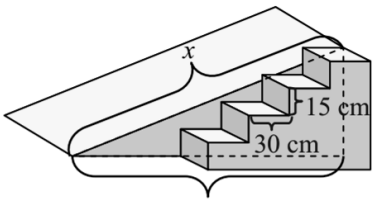
3. FELADAT
Egy épület tetejéről ledobunk egy kislabdát. A labda magassága az $y=-x^2+9$ függvény szerint változik, ahol *y* a labda földtől mért magassága méterben, *x* pedig az eltelt időt jelenti másodpercben ($x \geq 0$).

a) Ábrázolja a függvény grafikonját derékszögű koordináta-rendszerben!
b) Milyen magasságból dobtuk le a kislabdát?
c) Mennyi idő múlva ér a kislabda a földre?
d) Számolja ki, hogy mennyi idő után lesz a kislabda 7 m magasan?

4. FELADAT
Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

a) Bármely két rombusz hasonló egymással.
b) Minden tengelyesen szimmetrikus négyszögnek van két-két egyenlő szögpárja.
c) Van olyan síknégyszög, amelynek pontosan 3 derékszöge van.

5. FELADAT
Egy középület bejáratához 4 lépcsőfok vezet felfelé. A lépcsőfokok egyenként 15 cm magasak, és 30 cm szélesek. A lépcső mellé egy egyenletesen emelkedő rámpát terveztek a babakocsival közlekedők számára. A rámpa ugyanolyan magasra visz, mint a lépcső, és a bejárattól másfél méterre kezdődik. Milyen hosszú a rámpa? Mekkora a rámpa emelkedési szöge?



6. FELADAT
Adott az $A(5;2)$ és $B(-3;-6)$ pont. Írja fel az *AB* átmérőjű kör egyenletét!

7. FELADAT
Két különböző színű szabályos dobókockát feldobunk. Adja meg annak a valószínűségét, hogy a dobott számok szorzata prímszám lesz!

8. FELADAT
Rajzoljon egy olyan 7 pontú gráfot, amelyben a csúcsokból rendre 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4 él indul!

9. FELADAT
Tekintsük a következő állítást:

„*Ha két sokszög hasonló, akkor megfelelő szögeik páronként egyenlőek.*”

a) Mi az állítás logikai értéke?
b) Fogalmazza meg az állítás megfordítását!
c) Mi a *b)* részben megfogalmazott állítás logikai értéke?

Megoldások:

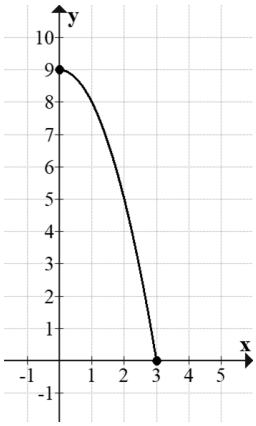
1. FELADAT

a) Azok a résztvevők, akik csak angolul beszélnek.
b) $A \cup N \cup F$.

2. FELADAT

Az egyenlet a $14x^2 - 7x - 7 = 0$ alakra hozható, melyből $x_1 = -\frac{1}{2}$ és $x_2 = 1$.

3. FELADAT



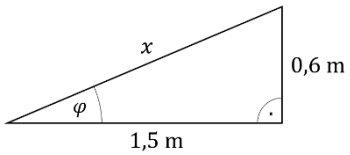
a) A függvény grafikonja:
b) Mivel $-0^2 + 9 = 9$, ezért 9 méter magasról dobtuk le a labdát. (*vagy* az ábráról leolvasva.)
c) A $-x^2 + 9 = 0$ egyenletből (az $x \geq 0$ feltételt miatt) $x = 3$, azaz 3 másodperc múlva ér a labda földet. (*vagy* az ábráról leolvasva.)
d) A $-x^2 + 9 = 7$ egyenletből ($x \geq 0$ feltételt miatt) $x = \sqrt{2} \approx 1{,}41$, azaz kb. 1,41 másodperc múlva lesz a labda 7 m magasan.

4. FELADAT

a) Hamis. (Két rombusz hasonló, ha megegyeznek a szögeikben.)
b) Hamis. (Ellenpélda az általános deltoid.)
c) Hamis. (Mivel a belső szögek összege $360°$, ezért a negyedik szög is derékszög lenne.)

5. FELADAT

A rámpa magassága: $4 \cdot 15 = 60$ cm. A rámpa hosszúsága (Pitagorasz-tétellel): $x = \sqrt{1{,}5^2 + 0{,}6^2} \approx 1{,}62$ m. Mivel $\operatorname{tg}\varphi = \frac{0{,}6}{1{,}5}$, ezért a rámpa emelkedési szöge: $\varphi \approx 21{,}8°$.



6. FELADAT

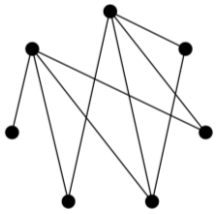
A kör középpontja az *AB* szakasz *C* felezőpontja: $C(1; -2)$. A kör sugara az *AC* szakasz hossza: $r = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32}$. Így a keresett kör egyenlete: $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 32$.

7. FELADAT

Az összes eset száma 36. A kedvező esetek száma 6 (1-2, 1-3, 1-5 és a kockák különbözősége miatt, ezek fordítottjai). Így a keresett valószínűség $\frac{6}{36} = \frac{1}{6} \approx 0{,}17$.

8. FELADAT

Egy lehetséges megoldás:



9. FELADAT

a) Az állítás igaz.
b) Az állítás megfordítása: „*Ha két sokszög megfelelő szögei páronként egyenlőek, akkor a két sokszög hasonló.*”
c) A megfordított állítás hamis.