F4 **GYAKORLÓ FELADATSOR (4)**
9. ÉVFOLYAM (EMELT SZINT)

1. FELADAT
Tekintse a $H = \{x \in \mathbf{Z} \mid 1 \leq x \leq 18\}$ alaphalmazon a következő három halmazt:
$A = \{2; 4; 6; 8; 10; 12\}$,
$B = \{b \in \mathbf{Z} \mid b = 2k; 4 \leq k < 10; k \in \mathbf{Z}\}$,
$C = \{$a 20-nál kisebb, 3-mal osztható pozitív egész számok$\}$.

Határozza meg elemeik felsorolásával az alábbi halmazokat:

$a)$ $C \backslash B$. $b)$ $A \cap (B \cup C)$. $c)$ $\overline{C} \cap \overline{B}$.
$d)$ $B \backslash A \backslash C$. $e)$ $(\overline{A \cup C}) \cap B$. $f)$ $C \backslash (\overline{A \cap B})$.

2. FELADAT
Egy középiskolába 620 tanuló jár. Az iskola az iskolanapra három kiadványt jelentetett meg:
(A) Diákok Hangja, (B) Iskolaélet, (C) Miénk a suli!

Később felmérték, hogy ezeknek a kiadványoknak milyen volt az olvasottsága az iskola tanulóinak körében. A Diákok Hangját a tanulók 25%-a, az Iskolaéletet 40%-a, a Miénk a suli! című kiadványt pedig 45%-a olvasta. Az első két kiadványt a tanulók 10%-a, az első és harmadik kiadványt 20%-a, a másodikat és harmadikat 25%-a, mindhármat pedig 5%-a olvasta.

a) Hányan olvasták mindhárom kiadványt?
b) Szemléltesse halmazábrán az egyes kiadványokat elolvasott tanulók létszámát!
c) Az iskola tanulóinak hány százaléka olvasta legalább az egyik kiadványt?

3. FELADAT
Egy 33 fős osztályban háromféle idegen nyelvet tudnak: 20 diák tud angolul, 16 németül és 6 franciául, 5 diák tud pontosan két nyelven és 2 diák tud mindhárom nyelven beszélni.

a) Hányan nem tudnak egy idegen nyelvet sem?
b) Hányan tudnak pontosan egy idegen nyelven beszélni?

4. FELADAT
Határozza meg a következő halmazokat! A megoldást intervallum jelöléssel adja meg!

$a)$ $[-1; 3[\cup [1; 4]$. $b)$ $]0; 6] \cap [-1; 5[$. $c)$ $[-3; 2] \backslash]-5; 1[$.

5. FELADAT
Adottak az *R, S* és *T* halmazok. Írja fel halmazműveleti jelek segítségével azon elemek halmazát, amelyek

a) elemei *R*-nek vagy *S*-nek, de nem elemei *S*-nek is és *T*-nek is;
b) a három halmaz közül pontosan kettőnek elemei;
c) a három halmaz közül legalább egynek elemei, de ha elemei *T*-nek, akkor *R*-nek nem!

6. FELADAT
Az alábbi kifejezéseket írja fel egyetlen betű pozitív kitevőjű hatványaként!

$a)$ $[a^2 \cdot (a^{-2} \cdot a^3)^4 \cdot a^{-3}]^{-2}$; $a \neq 0$. $b)$ $\dfrac{(b^{-1} \cdot b^{-3} \cdot b^2)^{-4}}{b^{-2} \cdot b^{-8} \cdot b^9}$; $b \neq 0$.

7. FELADAT
Egy zacskóban 80 cukor van: 20 piros, 20 fekete, 20 zöld, 20 sárga. Egy bekötött szemű gyereknek legalább hány cukrot kell kiemelnie ahhoz, hogy biztosan legyen közöttük

a) valamelyik színből 4 db,
b) mindegyik színből 4 db?

Megoldások:

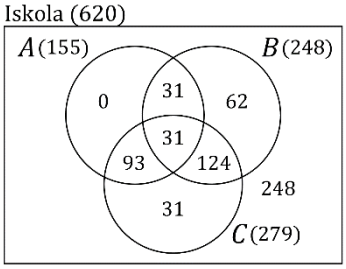
1. FELADAT

Mivel $B = \{8; 10; 12; 14; 16; 18\}$ és $C = \{3; 6; 9; 12; 15; 18\}$, ezért $C \backslash B = \{3; 6; 9; 15\}$, $A \cap (B \cup C) = \{6; 8; 10; 12\}$, $\overline{C} \cap \overline{B} = \{1; 2; 4; 5; 7; 11; 13; 17\}$, $B \backslash A \backslash C = \{14; 16\}$, $\left(\overline{A \cup C}\right) \cap B = \{14; 16\}$, $C \backslash \left(\overline{A \cap B}\right) = \{12\}$.

2. FELADAT

a) $620 \cdot 0{,}05 = 31$ diák.

b) A helyesen kitöltött halmazábra:

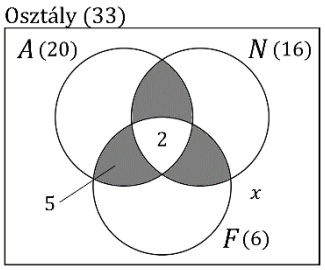


c) Legalább az egyik kiadványt 372-en olvasták, ami a tanulók 60%-a.

3. FELADAT

Logikai-szita módszerével:

$33 = 20 + 16 + 6 - (5 + 3 \cdot 2) + 2 + x$, melyből $x = 0$.



a) 0 fő nem tanul egy idegen nyelvet sem.

b) Pontosan egy nyelvet 26 fő tanul.

4. FELADAT

a) $[-1; 4]$. *b)* $]0; 5[$. *c)* $[1; 2]$.

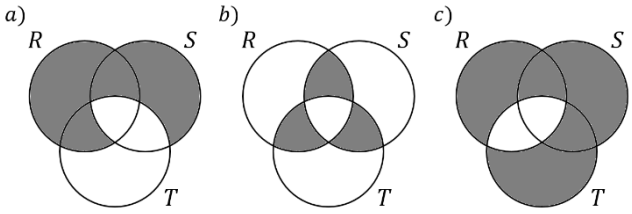
5. FELADAT

a) $(R \cup S) \backslash (S \cap T)$.

b) $[(R \cap S) \cup (R \cap T) \cup (S \cap T)] \backslash (R \cap S \cap T)$.

c) $(R \cup S \cup T) \backslash (R \cap T)$.

Megjegyzés: A halmazok Venn-diagrammal szemléltetve:



6. FELADAT

a) $\frac{1}{a^6}$.

b) b^9.

7. FELADAT

a) Legrosszabb esetben minden színből 3-3 db-ot húz ki (12 darab), így a 13. húzásnál már valamelyik színből biztosan 4 db lesz.

b) Legrosszabb esetben három színből kihúzza az összeset és a negyedikből csak 3 darabot (63 darab), így a 64. húzásnál már mindegyik színből biztosan lesz 4 db.