1. FELADAT
Egy üzem 17-féle gyártmánya közül 10 új, 12 könnyen eladható és 9, ami új és könnyen eladható. Hány olyan gyártmánya van az üzemnek, amely nem új és nehezen adható el? Készítsen halmazábrát a megoldáshoz!

2. FELADAT
Sorolja fel az alábbi halmazok elemeit, majd ábrázolja őket Venn-diagramon!
$A = \{x \mid x = 2k - 1; 1 \leq k \leq 5 \text{ és } k \in \mathbf{N}\}$,
$B = \{x \mid 2 \leq x \leq 7 \text{ és } x \text{ prím}\}$ és
$C = \{x \in \mathbf{N} \mid 4 < x < 9\}$.

3. FELADAT
Egy 35 fős társaság salátát rendelt vacsorára egy étteremben. A vacsora végén kiderült, hogy háromfélét ettek: gyümölcssalátát, kukoricasalátát, tonhalsalátát, és mindenki rendelt valamilyet a három közül. Gyümölcssalátát 15-en, kukoricasalátát 14-en, tonhalsalátát 13-an. Egy fő rendelt mindháromból. A kukoricasalátát rendelők közül 11-en nem kértek gyümölcssalátát. 9 fő volt, aki sem kukoricás, sem gyümölcssalátát nem evett. A csak gyümölcssalátát rendelők eggyel többen voltak, mint a csak tonhalasat rendelők.

a) Hányan voltak, akik tonhalas és gyümölcssalátát is rendeltek?
b) Hányan voltak, akik csak kukoricás salátát rendeltek?

4. FELADAT
Végezze el a számlálóban kijelölt műveleteket, majd egyszerűsítse a következő törtet!

$$\frac{(4a+b)(4a-b)-(3a+2b)^2+5b^2}{7a-12b}; \qquad a \neq \frac{12}{7}b.$$

5. FELADAT
Végezze el a kijelölt műveleteket és a lehetséges egyszerűsítéseket!

$$\frac{4a^2+8ab+4b^2}{4a^2-4b^2} : \frac{2a+2b}{2a^2-2ab}; \qquad a \neq \pm b, a \neq 0.$$

6. FELADAT
Milyen *x*-ekre teljesülnek a következő egyenlőségek, ha a zárójelek a legnagyobb közös osztót, illetve a legkisebb közös többszöröst jelölik?

a) $(504; 540) = x$.
b) $[105; 132] = x$.

7. FELADAT
A Szíriusz a legfényesebb csillag az égbolton. Normálalak használatával adja meg, hány km-re van a Földtől a Szíriusz, ha 1 085 000-szer távolabb áll tőlünk, mint a Nap? (*Megjegyzés*: A Nap–Föld távolság $1{,}50 \cdot 10^8$ km.)

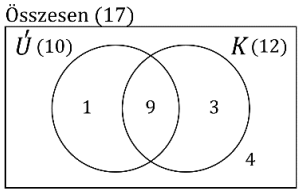
8. FELADAT
A *H* halmaz a nyolcpontú egyszerű gráfok halmaza. A következő állítás a *H* elemeire vonatkozik: „*Ha egy (nyolcpontú egyszerű) gráf minden pontjának fokszáma legalább 3, akkor a gráf összefüggő.*”

a) Döntse el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Válaszát indokolja!
b) Fogalmazza meg az állítás megfordítását a *H* elemeire vonatkozóan, és döntse el a megfordított állításról, hogy igaz vagy hamis! Válaszát indokolja!

Megoldások:

1. FELADAT

A szöveg szerint kitöltött Venn-diagram:



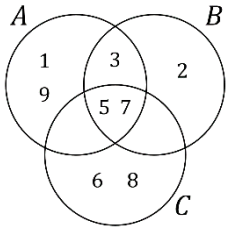
Ez alapján 4 olyan gyártmány van, amely nem új és nehezen adható el.

Megjegyzés: Logikai-szita módszerével:

Legyen x a nem új és nehezen eladható gyártmányok száma.
Ekkor $17 = 10 + 12 - 9 + x$, melyből $x = 4$.

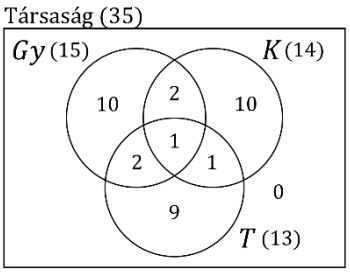
2. FELADAT

$A = \{1; 3; 5; 7; 9\}$, $B = \{2; 3; 5; 7\}$ és $C = \{5; 6; 7; 8\}$. A halmazok Venn-diagrammal szemléltetve:



3. FELADAT

A szöveg alapján kitöltött Venn-diagram:



a) 3 fő rendelt tonhalas és gyümölcssalátát is.
b) Csak kukoricás salátát 10-en rendeltek.

4. FELADAT

$$\frac{(4a+b)(4a-b)-(3a+2b)^2+5b^2}{7a-12b}=$$

$$=\frac{16a^2-b^2-(9a^2+12ab+4b^2)+5b^2}{7a-12b}=\frac{7a^2-12ab}{7a-12b}=\frac{a(7a-12b)}{7a-12b}=a.$$

5. FELADAT

$$\frac{4a^2+8ab+4b^2}{4a^2-4b^2}:\frac{2a+2b}{2a^2-2ab}=\frac{4(a+b)^2}{4(a+b)(a-b)}\cdot\frac{2a(a-b)}{2(a+b)}=a.$$

6. FELADAT

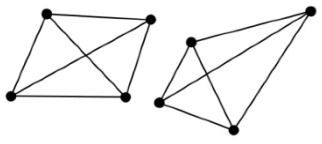
a) Mivel $504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$ és $540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$,
ezért $(504; 540) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$.
b) Mivel $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$ és $132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$,
ezért $[105; 132] = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 4620$.

7. FELADAT

$1\,085\,000 \cdot 1{,}50 \cdot 10^8 \approx 1{,}63 \cdot 10^{14}$ km.

8. FELADAT

a) Az állítás hamis.
Ellenpélda: egy olyan nyolcpontú egyszerű gráf, amely két négypontú teljes gráf egyesítése.



b) A megfordítás: Ha egy (nyolcpontú egyszerű) gráf összefüggő, akkor a gráf minden pontjának fokszáma legalább 3.
A megfordított állítás hamis. Egy lehetséges ellenpélda:

