1. FELADAT
Nyári kiránduláson egy fővárosi osztály 35 tanulója közül többen a Balaton mellett, Borsod megyében, illetve Csongrád megyében voltak. Tudjuk, hogy a Balaton mellett 14-en, Borsodban 16-an, Csongrádban 12-en, a Balaton mellett és Borsodban 7-en, a Balaton mellett és Csongrádban 6-an, Borsodban és Csongrádban 9-en, mindhárom helyen 4-en voltak. Hány tanuló nem volt a három vidék egyikén sem?

2. FELADAT
Adja meg az $A = \{a; b; c; d\}$ halmaz 2 elemű részhalmazait!

3. FELADAT
Hozza közös nevezőre az alábbi kifejezéseket, és végezze el a lehetséges összevonásokat!

$$\frac{x+3}{x+1} - \frac{2x-1}{x-1} - \frac{x-3}{x^2-1}; \qquad |x| \neq 1.$$

4. FELADAT
Végezze el a következő műveleteket!

$$\frac{ab^2 - ac^2}{b^2 + 2bc + c^2} : \frac{ab^2 - 2abc + ac^2}{3b + 3c}; \qquad a \neq 0;\ b \neq \pm c.$$

5. FELADAT
Végezze el a számrendszerek közötti átváltást! Megoldását részletezze!

a) $174 =$ $_{(2)}$,
b) $3FC_{16} =$ $_{(10)}$.

6. FELADAT
Legyenek $A = 2^3 \cdot 5 \cdot 11^2$, $B = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$ és $C = 3^3 \cdot 7 \cdot 11^3$. Számítsa ki az alábbi kifejezések értékét, ahol a zárójelek a legnagyobb közös osztót és a legkisebb közös többszöröst jelölik!

a) $[(A; B); C]$. *b)* $([B; C]; A)$.

7. FELADAT
Írjon a $\overline{15x64y}$ tízes számrendszerben felírt hatjegyű számban *x* és *y* helyére olyan számjegyet, hogy a szám osztható legyen

a) 8-cal,
b) 15-tel! Indokolja válaszait!

8. FELADAT
Józsefnek 3 gyermeke volt: Andor, Mátyás és Dávid. Mátyásnak 3 fia született, Dávidnak 1, Andornak egy sem. Szemléltesse gráffal az apa-fiú kapcsolatokat! Hány csúcsa és hány éle van ennek a gráfnak?

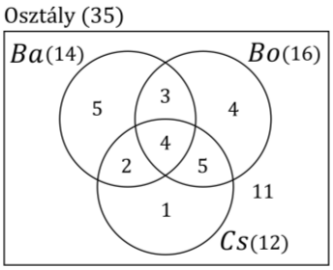
9. FELADAT
Tudjuk, hogy Kati az óvodában rajzolásban is, éneklésben is nagyon jó. Döntse el, hogy a következő állítások közül melyik igaz, melyik hamis!

A) Kati szépen énekel, de ügyetlenül rajzol.
B) Kati nagyon szépen rajzol.
C) Kati jól rajzol vagy szépen énekel.
D) Kati ügyetlenül rajzol és hamisan énekel.

Megoldások:

1. FELADAT

A szöveg szerint kitöltött Venn-diagram:



Ez alapján 11 tanuló nem volt a három vidék egyikén sem.

2. FELADAT

$\{a; b\}$, $\{a; c\}$, $\{a; d\}$, $\{b; c\}$, $\{b; d\}$, $\{c; d\}$.

3. FELADAT

$$\frac{x+3}{x+1} - \frac{2x-1}{x-1} - \frac{x-3}{x^2-1} = \frac{(x+3)(x-1)-(2x-1)(x+1)-(x-3)}{(x+1)(x-1)} = \frac{-x^2+1}{(x+1)(x-1)} = \frac{-(x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = -1.$$

4. FELADAT

$$\frac{ab^2-ac^2}{b^2+2bc+c^2} : \frac{ab^2-2abc+ac^2}{3b+3c} = \frac{a(b+c)(b-c)}{(b+c)^2} \cdot \frac{3(b+c)}{a(b-c)^2} = \frac{3}{b-c}.$$

5. FELADAT

a) 10101110_2.

b) 1020.

6. FELADAT

a) $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11^3 = 10\,062\,360$.

b) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11^2 = 304\,920$.

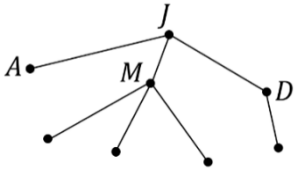
7. FELADAT

a) A 8-cal való oszthatósági szabály miatt $y = 0; 8$, az x pedig (az előzőektől függetlenül) tetszőleges számjegy lehet.

b) Egy szám akkor osztható 15-tel, ha osztható 3-mal és 5-tel. Az 5-tel való oszthatósági szabály miatt $y = 0; 5$. A 3-mal való oszthatósági szabály miatt, ha $y = 0$, akkor $x = 2; 5; 8$, ha $y = 5$, akkor $x = 0; 3; 6; 9$.

8. FELADAT

A helyesen felrajzolt gráf:



A gráfnak 8 csúcsa és 7 éle van.

9. FELADAT

Igaz állítások: B és C,
hamis állítások: A és D.