1. FELADAT

A 9.B osztály tanulóit arról kérdezték, hogy ki szereti az eper, a málna, illetve a citrom ízű fagylaltot. Csak egyféle ízt összesen 13-an kedvelnek. Az epret és a málnát együtt 4, az epret és a citromot eggyel több, a citromot és málnát eggyel kevesebb fő jelezte, hogy szereti. Mindhárom ízt csak egy gyerek szerti. Hány fős az osztály, ha a felméréskor nem volt hiányzó és mindenki legalább az egyik fagylaltot szereti?

2. FELADAT

Adott a $H = \{0; 1; 2; 3; \ldots; 9\}$ alaphalmazon az $A = \{1; 3; 4; 5; 6\}$ és a $B = \{2; 3; 5; 6; 7\}$ halmaz. Sorolja fel az alábbi halmazok elemeit!

$a) A \cup B;$ $b) A \cap B;$ $c) A \backslash B;$ $d) B \backslash A;$ $e) \overline{A \cup B};$ $f) \overline{B \backslash A}.$

3. FELADAT

Végezze el a számlálóban kijelölt műveleteket, majd egyszerűsítse a következő törtet!

$$\frac{(3a-1)(2a+1)-6(a+2)^2+2}{-23a}; \qquad a \neq 0.$$

Határozza meg a kifejezés helyettesítési értékét, ha $a = 100$!

4. FELADAT

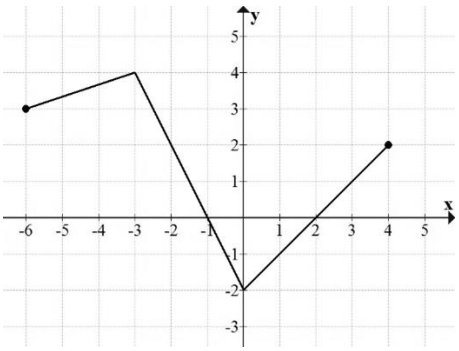
Végezze el a számrendszerek közötti átváltást! Megoldását részletezze!

a) $11010111_2 =$ (10),
b) $2938 =$ (16).

5. FELADAT

a) Vizsgálja meg az ábrán látható függvényt a következő szempontok szerint: értelmezési tartomány, zérushely, szélsőérték helye és értéke, monotonitás, paritás, értékkészlet!

b) Mely intervallumokon teljesül, hogy $f(x) \geq 0$?



6. FELADAT

Ábrázolja, majd jellemezze (értelmezési tartomány, zérushely, szélsőérték helye és értéke, monotonitás, paritás, értékkészlet) az alábbi függvényeket!

$$a) f(x) = \frac{2x-8}{x-3}. \qquad b) f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x}, & x \leq 0; \\ 2x, & x > 0. \end{cases}$$

7. FELADAT

A diákönkormányzat újonnan választott négytagú vezetősége: Kata, Mari, Réka és Bence. Közülük Kata három, Réka és Bence pedig két-két vezetőségi tagot ismert korábbról. Mari a négyes csoportnak csak egy tagját ismerte. (Az ismeretségek kölcsönösek.) Rajzolja fel a négytagú vezetőség választás előtti ismeretségi gráfját!

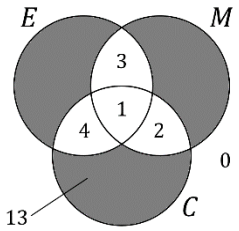
8. FELADAT

Tagadja le a következő kijelentéseket:

a) Esik az eső vagy fúj a szél.
b) Minden gyerek szereti a csokoládét.
c) Minden barátomnak van testvére vagy kutyája.

Megoldások:

1. FELADAT



A szöveg szerint kitöltött Venn-diagram alapján az osztály 23 fős.

2. FELADAT

$a)$ $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. $b)$ $A \cap B = \{3; 5; 6\}$. $c)$ $A \backslash B = \{1; 4\}$.
$d)$ $B \backslash A = \{2; 7\}$. $e)$ $\overline{A \cup B} = \{0; 8; 9\}$. $f)$ $\overline{B \backslash A} = \{0; 1; 3; 4; 5; 6; 8; 9\}$.

3. FELADAT

$\frac{(3a-1)(2a+1)-6(a+2)^2+2}{-23a} = \frac{6a^2-2a+3a-1-6(a^2+4a+4)+2}{-23a} = \frac{-23a-23}{-23a} = \frac{-23(a+1)}{-23a} = \frac{a+1}{a}$.

A kifejezés helyettesítési értéke: $\frac{100+1}{100} = \frac{101}{100} = 1{,}01$.

4. FELADAT

$a)$ 215. $b)$ $B7A_{16}$.

5. FELADAT

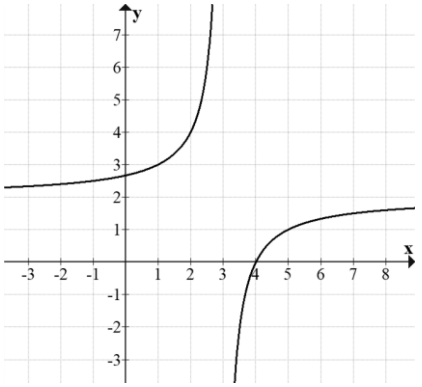
a) ÉT: $x \in [-6; 4]$. Zérushely: $x_1 = -1$ és $x_2 = 2$. Szélsőérték: minimum hely: $x = 0$, érték: $y = -2$, maximum hely: $x = -3$, érték: $y = 4$. Monotonitás: $x \in [-6; -3]$-ban szigorúan monoton növekvő, $x \in [-3; 0]$-ban szigorúan monoton csökkenő, $x \in [0; 4]$-ban szigorúan monoton növekvő. Paritás: se nem páros, se nem páratlan. ÉK: $y \in [-2; 4]$.

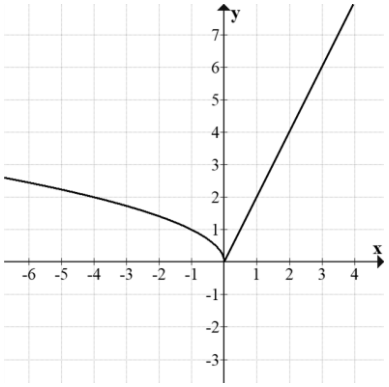
b) Ábráról leolvasva: $x \in [-6; -1]$ vagy $x \in [2; 4]$.

6. FELADAT

a) $f(x) = \frac{2x-8}{x-3} = -\frac{2}{x-3} + 2$. ÉT: $x \in \mathbf{R} \backslash \{3\}$. Zérushely: $x = 4$. Szélsőérték: nincs. Monotonitás: $x \in]-\infty; 3[$ és $x \in]3; \infty[$-ban szigorúan monoton növekvő. Paritás: se nem páros, se nem páratlan. ÉK: $y \in \mathbf{R} \backslash \{2\}$.

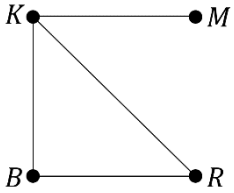
b) ÉT: $x \in \mathbf{R}$. Zérushely: $x = 0$. Szélsőérték: minimum hely: $x = 0$, érték: $y = 0$, maximuma nincs. Monotonitás: $x \in]-\infty; 0]$-ban szigorúan monoton csökkenő, $x \in [0; \infty[$-ban szigorúan monoton növekvő. Paritás: se nem páros, se nem páratlan. ÉK: $y \geq 0$.





7. FELADAT

A helyesen felrajzolt gráf:



8. FELADAT

a) Nem esik az eső és nem fúj a szél.
b) Van olyan gyerek, aki nem szereti a csokoládét.
c) Van olyan barátom, akinek sem testvére, sem kutyája nincs.