**1. FELADAT**
Egy 28 fős osztályban két szakkörre lehet járni. Dráma szakkörre 16-an, sport szakkörre 20-an járnak. 6 tanuló nem tagja egyik szakkörnek sem.

*a)* Hányan járnak mindkettő szakkörre?
*b)* Hányan járnak csak dráma szakkörre?

**2. FELADAT**
Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

$a)\ \frac{1}{2}\left[2x-\frac{2}{3}\left(x+\frac{1}{4}\right)\right]=2x-\frac{7}{12}(x+4).$ $\qquad b)\ \frac{x-5}{x+5}-\frac{x+5}{x-5}-\frac{20x}{25-x^2}=0.$

**3. FELADAT**
Bizonyítsa be, hogy két egymást követő páratlan szám szorzatához 1-et hozzáadva négyzetszámot kapunk!

**4. FELADAT**
Polinomosztás segítségével egyszerűsítse az alábbi törtet!

$$\frac{6x^3-19x^2+39x-36}{2x-3};\qquad x\neq\frac{3}{2}.$$

**5. FELADAT**
Ábrázolja és jellemezze (értelmezési tartomány, zérushely, szélsőérték helye és értéke, monotonitás, paritás, értékkészlet) az alábbi függvényeket!

$a)\ f\colon[-5;5]\to\mathbf{R},\ f(x)=x^2-4|x|.$ $\qquad b)\ f(x)=\sqrt{|x|-2}.$

**6. FELADAT**
Tekintsük a Földet egy olyan gömbnek, amelynek a középpontján átmenő körök kerülete 40 000 km! (Válaszait km-ben, normálalak használatával adja meg!)

*a)* Megközelítőleg mekkora a Föld sugara és átmérője?
*b)* Megközelítőleg mekkora a Föld felszíne és térfogata?

(*Megjegyzés*: Az $r$ sugarú kör kerülete $2r\pi$, területe $r^2\pi$. Az $r$ sugarú gömb felszíne $4r^2\pi$, térfogata $\frac{4}{3}r^3\pi$.)

**7. FELADAT**
Egy konferencián 8 tudós vett részt. A konferencia végén mindenki mindenkivel névjegykártyát szeretne cserélni. Eddig mind a 8 résztvevő 3 másikkal cserélt névjegykártyát.

*a)* Szemléltesse egy gráffal az eddigi kártyacseréket!
*b)* Hány kártyacserére fog még sor kerülni?

**8. FELADAT**
Válassza ki az alábbi állítás tagadását az alább felsoroltak közül!

„*Minden fekete hajú lány szereti a csokoládét.*"

A) Van olyan fekete hajú lány, aki szereti a csokoládét.
B) Nincs olyan fekete hajú lány, aki nem szereti a csokoládét.
C) Nem minden fekete hajú lány szereti a csokoládét.
D) Van olyan fekete hajú lány, aki nem szereti a csokoládét.
E) A nem fekete hajú lányok nem szeretik a csokoládét.

***Megoldások:***

**1. FELADAT**

*a)* I. megoldás: A két szakkör $28-6=22$ tanuló között oszlik el. Mivel $16+20=36$, ezért $(36-22=)$ 14 tanuló jár minkét szakkörre.

II. megoldás: Logikai-szita módszerével: $28=16+20-|\text{dráma}\cap\text{sport}|+6$. Innen $|\text{dráma}\cap\text{sport}|=14$, azaz 14 tanuló jár mindkét szakkörre.

*b)* Az előzőek alapján $16-14=2$ tanuló jár csak dráma szakkörre.

**2. FELADAT**

*a)* Zárójelfelbontás, majd összevonás után az egyenlet a $\frac{2x}{3}-\frac{1}{12}=\frac{17x}{12}-\frac{7}{3}$ alakra hozható, melyből $x=3$.

*b)* Az egyenlet akkor értelmezhető, ha $x\neq\pm5$. Az egyenlet mindkét oldalát beszorozva az $(x+5)(x-5)$ közös nevezővel: $(x-5)^2-(x+5)^2+20x=0$, melyből azonosságot kapunk. Az egyenletnek tehát minden $\pm5$-től különböző valós szám megoldása lesz.

**3. FELADAT**

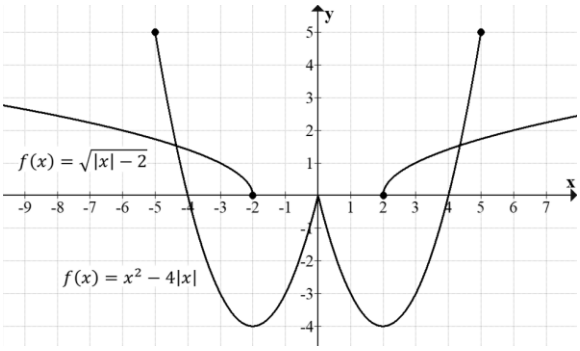
Legyen a két egymást követő páratlan szám $2k+1$ és $2k+3$, ahol $k\in\mathbf{N}$. A feltétel szerint: $(2k+1)(2k+3)+1=4k^2+8k+4=(2k+2)^2$, ami valóban négyzetszám.

**4. FELADAT**

$\frac{6x^3-19x^2+39x-36}{2x-3}=3x^2-5x+12$.

**5. FELADAT**

*a)* ÉT: $x\in[-5;5]$. Zérushely: $x=\pm4$. Szélsőérték: minimum hely: $x=\pm2$, érték: $y=-4$, maximum hely: $x=\pm5$, érték: $y=5$. Monotonitás: $x\in[-5;-2]$ és $[0;2]$-ban szigorúan monoton csökkenő, $x\in[-2;0]$ és $[2;5]$-ban szigorúan monoton növekvő. Paritás: páros. ÉK: $y\in[-4;5]$.




*b)* ÉT: $x\in\mathbf{R}\setminus]-2;2[$. Zérushely: $x=\pm2$. Szélsőérték: minimum hely: $x=\pm2$, érték: $y=0$, maximuma nincs. Monotonitás: $x\in]-\infty;-2]$-ban szigorúan monoton csökkenő, $x\in[2;\infty[$-ban szigorúan monoton növekvő. Paritás: páros. ÉK: $y\geq0$.

*Megjegyzés*: használjuk fel, hogy $|x|=x$, ha $x\geq0$ és $|x|=-x$, ha $x<0$.

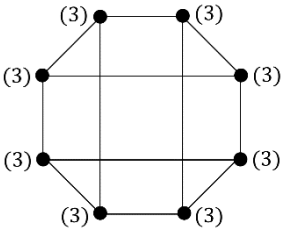
**6. FELADAT**

*a)* $r\approx6{,}37\cdot10^3$ km és $d\approx1{,}27\cdot10^4$ km.

*b)* $A\approx5{,}1\cdot10^8$ km$^2$ és $V\approx1{,}08\cdot10^{12}$ km$^3$.

**7. FELADAT**

*a)* Egy lehetséges gráf:




*b)* A 8 pontú teljes gráf éleinek a száma $\frac{8\cdot7}{2}=28$. Eddig 12 él van berajzolva, így $28-12=16$ élt kell még berajzolni, azaz 16 kártyacserére fog még sor kerülni.

**8. FELADAT**

C és D.