1. FELADAT

Az első évfolyamos hallgatók közül jelöljük M-mel a második tankörösöket, F-fel a fiúkat, A-val az angolul, N-nel a németül tudó (nyelvvizsgával rendelkező) diákokat. Az előbbi halmazok segítségével (halmazműveleteket felhasználva) fejezze ki a következő halmazokat:

a) Az angolul és németül tudó, második tankörösök.
b) Az angolul vagy németül tudó fiúk.
c) A németül nem tudó, második tankörös lányok.

2. FELADAT

Hozza egyszerűbb alakra az alábbi kifejezést!

$$\left[\left(\frac{4x^{-3}}{2y^{-1}}\right)^{-3} : \left(\frac{16x^{-1}}{2y}\right)^{-2}\right] \cdot \frac{x^{-6}y}{8}; \qquad x, y \neq 0.$$

3. FELADAT

Oldja meg az alábbi egyenletrendszereket a valós számok halmazán!

$$a)\begin{cases} \dfrac{x+1}{3} - \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{2(x-y)}{5}; \\ \dfrac{x-3}{4} - \dfrac{y-3}{3} = 2y - x. \end{cases} \qquad b)\begin{cases} 2x + y = 11; \\ y - 2z = -9; \\ 2z + 3u = 11; \\ 3u + x = 6. \end{cases}$$

4. FELADAT

Oldja meg az alábbi egyenlőtlenségeket a valós számok halmazán!

$a)\ |x-1| + |x| \geq 4.$ $\qquad b)\ \dfrac{(2x-1)(5+x)(x-1)}{(3-x)} < 0.$

5. FELADAT

Határozza meg azokat a pozitív egész *a* és *b* számokat, amelyekre teljesül, hogy $(a; b) = 15$ és $[a; b] = 1350$, ahol a zárójelek a legnagyobb közös osztót és a legkisebb közös többszöröst jelölik!

6. FELADAT

Ábrázolja és jellemezze (értelmezési tartomány, zérushely, szélsőérték helye és értéke, monotonitás, paritás, értékkészlet) az alábbi függvényeket!

$a)\ f(x) = \left|\dfrac{x+1}{x+2}\right|.$ $\qquad b)\ f(x) = \dfrac{|x|}{x^2}.$ $\qquad c)\ f(x) = |x^2 + 4x|.$

7. FELADAT

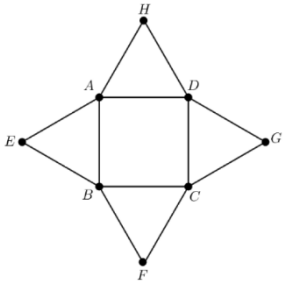
Válassza ki annak a mondatnak a betűjelét, amelyik tagadása a következő kijelentésnek:

„*Minden matematika feladatot megoldottam az érettségin*."

A) Van olyan matematika feladat, amit nem oldottam meg az érettségin.
B) Pontosan egy matematika feladatot oldottam meg az érettségin.
C) Egyik matematika feladatot sem oldottam meg az érettségin.
D) Nem minden matematika feladatot oldottam meg az érettségin.

8. FELADAT

Az ábrán látható gráf 9 élét kékre, 3 élét pedig zöldre színezzük. Igazolja, hogy bármelyik ilyen színezésnél lesz a gráfban egyszínű (gráfelméleti) kör!



Megoldások:

1. FELADAT

$a)\ A \cap N \cap M.\ b)\ (A \cup N) \cap F.\ c)\ \overline{N} \cap M \cap \overline{F}.$

2. FELADAT

$$\left[\left(\frac{4x^{-3}}{2y^{-1}}\right)^{-3} : \left(\frac{16x^{-1}}{2y}\right)^{-2}\right] \cdot \frac{x^{-6}y}{8} = \frac{2^{-6}x^{9}}{2^{-3}y^{3}} \cdot \frac{2^{-2}y^{2}}{2^{-8}x^{2}} \cdot \frac{x^{-6}y}{2^{3}} = \frac{x}{8}.$$

3. FELADAT

a) $x = 11$ és $y = 6$.

b) $x = 5, y = 1, z = 5$ és $u = \frac{1}{3}$.

4. FELADAT

a) $x \leq -\frac{3}{2}$ vagy $x > \frac{5}{2}$.

b) $x < -5$ vagy $\frac{1}{2} < x < 1$ vagy $x > 3$.

5. FELADAT

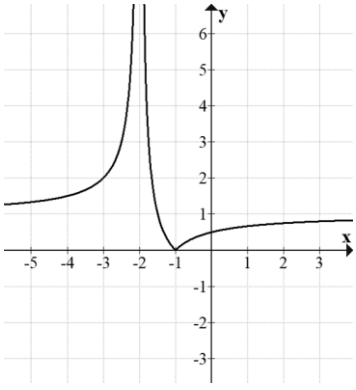
A két pozitív egész szám lehet: 15 és 1350, 30 és 675, 75 és 270, valamint 135 és 150.

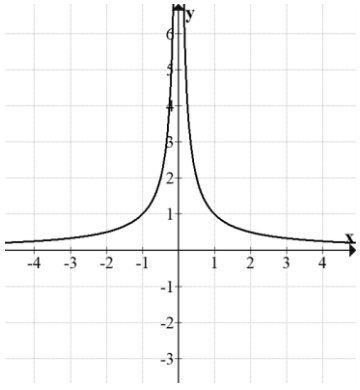
6. FELADAT

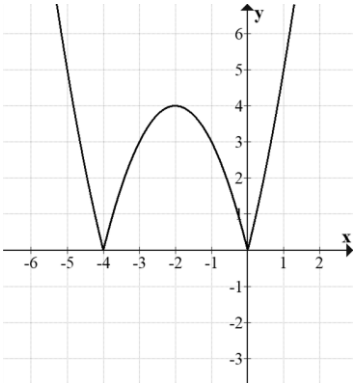
a) ÉT: $x \in \mathbf{R}\backslash\{-2\}$. Zérushely: $x = -1$. Szélsőérték: minimum hely: $x = -1$, érték: $y = 0$. Monotonitás: $x \in]-\infty; -2[$ és $[-1; \infty[$-ban szigorúan monoton növekvő, $x \in]-2; -1]$-ban szigorúan monoton csökkenő. Paritás: se nem páros, se nem páratlan. ÉK: $y \in \geq 0$.

b) ÉT: $x \in \mathbf{R}$. Zérushely: nincs. Szélsőérték: nincs. Monotonitás: $x \in]-\infty; 0[$-ban szigorúan monoton növekvő, $x \in]0; \infty[$-ban szigorúan monoton csökkenő. Paritás: páros. ÉK: $y > 0$.

c) ÉT: $x \in \mathbf{R}$. Zérushely: $x_1 = -4$ és $x_2 = 0$. Szélsőérték: minimum hely: $x_1 = -4$ és $x_2 = 0$, érték: $y = 0$, maximuma nincs. Monotonitás: $x \in]-\infty; -4]$ és $[-2; 0]$-ban szigorúan monoton csökkenő, $x \in [-4; -2]$ és $[0; \infty[$-ban szigorúan monoton növekvő. Paritás: se nem páros, se nem páratlan. ÉK: $y \geq 0$.







7. FELADAT

A és D.

8. FELADAT

Ha egy *n* pontú gráfban nincsen kör, akkor legfeljebb $n - 1$ éle lehet. A kék élek által alkotott részgráfnak legfeljebb 8 csúcsa és 9 éle van. Ez ellentmond az előbbinek, tehát a gráfban biztosan van egyszínű kör.