1. FELADAT
Egy osztály 32 tanulója közül 16-an tanulnak angolul, 13-an franciául, 13-an németül. Az említett nyelvek közül 5-en németül és franciául is, 7-en németül és angolul is, 6-an angolul és franciául is tanulnak. Négyen mindhárom nyelvet tanulják. Hányan nem tanulják az említett nyelvek egyikét sem?

2. FELADAT
Tekintsük az $H = \{\text{egyjegyű természetes számok}\}$ alaphalmazon az $A = \{\text{egyjegyű páratlan természetes számok}\}$ és $B = \{\text{egyjegyű prímszámok}\}$ halmazokat. Elemeik felsorolásával adja meg az alábbi halmazokat!

$a)\ A \cup B.$ $\quad b)\ A \cap B.$ $\quad c)\ A \backslash B.$ $\quad d)\ \overline{B \backslash A}.$ $\quad e)\ \overline{A \cap B}.$

3. FELADAT
Az A és a B halmazokról tudjuk, hogy $A \cap B = \{1; 2\}$, $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ és $A \backslash B = \{5;\ 7\}$. Szemléltesse a halmazokat Venn-diagrammal és adja meg az A és a B halmaz elemeit!

4. FELADAT
Jelölje **N** a természetes számok halmazát, **Z** az egész számok halmazát és $\emptyset$ az üres halmazt. Adja meg az alábbi halmazműveletek eredményét!

$a)\ \mathbf{N} \cup \mathbf{Z}.$ $\quad b)\ \mathbf{Z} \cap \emptyset.$ $\quad c)\ \mathbf{N} \backslash \emptyset.$

5. FELADAT
Hozza egyszerűbb alakra az alábbi kifejezést!

$$a^{-5}b^3 \cdot (a^{-3}b)^{-1} \cdot ab^{-2}; \qquad a, b \neq 0.$$

6. FELADAT
Végezze el a kijelölt műveleteket, majd a lehetséges összevonásokat!

$$(x + 2)(x - 2) - (x - 1)^2 - (x - 5).$$

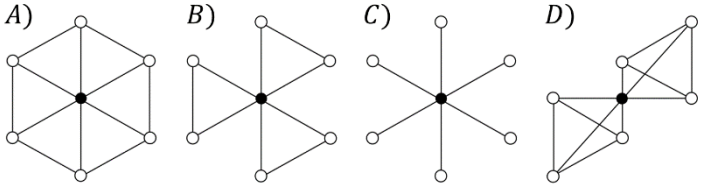
7. FELADAT
Egy ötfős társaságban Anna ismeri Pétert, Balázst és még valakit. Balázs Annán kívül ismeri Zolit és Gábort. Zoli a társaságból csak Balázst ismeri. Gábor viszont mindenkit, kivéve Zolit.

a) Szemléltesse gráffal, hogy ki kinek az ismerőse!
b) Hány ismerőse van Péternek?

8. FELADAT
Egy számítógép-hálózat a következők szerint van beállítva:

- a rendszergazda (●) minden felhasználóval (○) tud kommunikálni,
- a felhasználók a rendszergazdával és pontosan két másik felhasználóval tudnak közvetlenül kommunikálni.

Válassza ki az alábbiak közül az összes olyan hálózati ábrát, melyben mind a két feltétel teljesül!

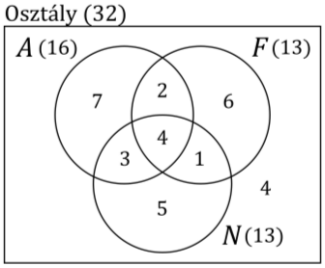


9. FELADAT
Egy esküvőn azt kérdeztük egy öttagú asztaltársaság tagjaitól, hogy hány ismerősük ül az asztalnál (az ismeretségek kölcsönösek). Négy személy válasza sorban: 4, 4, 4, 3. Az ötödik személynek hány ismerőse ül az asztalnál? Indokolja válaszát!

Megoldások:

1. FELADAT

A szöveg szerint kitöltött Venn-diagram:



Ez alapján 4 diák nem tanulja az említett nyelvek egyikét sem.

2. FELADAT

Mivel $H = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, $A = \{1; 3; 5; 7; 9\}$ és $B = \{2; 3; 5; 7\}$, így

a) $A \cup B = \{1; 2; 3; 5; 7; 9\}$.

b) $A \cap B = \{3; 5; 7\}$.

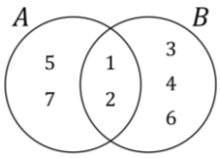
c) $A \backslash B = \{1; 9\}$.

d) $\overline{B \backslash A} = \{0; 1; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

e) $\overline{A \cap B} = \{0; 1; 2; 4; 6; 8; 9\}$.

3. FELADAT

$A = \{1; 2; 5; 7\}$ és $B = \{1; 2; 3; 4; 6\}$. A halmazok Venn-diagramja:



4. FELADAT

a) $\mathbf{N} \cup \mathbf{Z} = \mathbf{Z}$. *b)* $\mathbf{Z} \cap \emptyset = \emptyset$. *c)* $\mathbf{N} \backslash \emptyset = \mathbf{N}$.

5. FELADAT

$a^{-5}b^4 \cdot (a^{-3}b)^{-1} \cdot ab^{-2} = a^{-5} \cdot b^4 \cdot a^3 \cdot b^{-1} \cdot ab^{-2} = a^{-1} \cdot b$ $\left(\text{vagy } \frac{b}{a}\right)$.

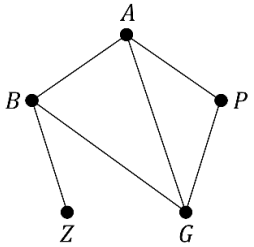
6. FELADAT

$(x + 2)(x - 2) - (x - 1)^2 - (x - 5) = x^2 - 4 - (x^2 - 2x + 1) - x + 5 =$
$= x^2 - 4 - x^2 + 2x - 1 - x + 5 = x.$

7. FELADAT

a) Az ismeretségek gráfja:

b) Péternek két ismerőse van: Anna és Gábor.



8. FELADAT

A és D.

9. FELADAT

Mivel hárman 4 embert ismernek (azaz mindenki mást), ezért az ötödik embernek legalább 3 (és legfeljebb 4) ismerőse van. Mivel az ismeretségek összege páros, ezért az ötödik személynek 3 ismerőse van.