1. FELADAT

Egy 34 fős osztályban a diákok 3 fakultáció (matematika, történelem és angol) közül választhatnak. Angolra összesen 14-en járnak, történelemre pedig 18-an. Azok a diákok, akik angol és matek fakultációra is járnak 4-en vannak, ez 5-tel kevesebb, mint azoknak a száma, akik angolra és történelemre járnak. Csak angolra ugyanannyian járnak, mint azok a tanulók, akik csak történelemre. 2 tanulót mind a három tárgy érdekli, ezért ők történelem, matematika és angol fakultációra is járnak, míg 1 tanuló egyikre sem.

a) Hány tanuló jár csak matematika fakultációra?
b) Hány tanuló jár legalább két fakultációra?

2. FELADAT

Júniusban a 30 napból 12 napon 3 mm-nél több, 25 napon 7 mm-nél kevesebb csapadék esett.

a) Hány olyan nap volt, amelyen 7 mm vagy annál több csapadék esett?
b) Hány olyan nap volt, amikor 3 mm-nél több, de 7 mm-nél kevesebb csapadék esett?

3. FELADAT

Alakítsa teljes négyzetté az alábbi kifejezéseket!

$a) x^2 - 2x + 1.$ $\quad b) -x^2 - 4x - 4.$ $\quad c) x^2 + 2x.$

4. FELADAT

Válassza ki a helyes egyszerűsítés betűjelét, ahol $x \neq \pm 1$.

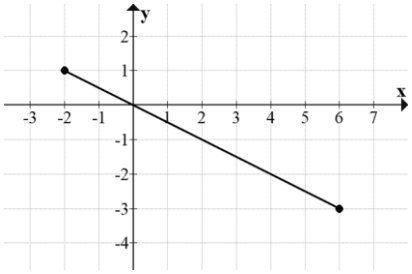
$A) \dfrac{x^2 - x}{x^2 - 1} = x.$ $\quad B) \dfrac{x^2 - x}{x^2 - 1} = 1 + x.$ $\quad C) \dfrac{x^2 - x}{x^2 - 1} = \dfrac{x}{x + 1}.$

5. FELADAT

Adott a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = \frac{3}{7}x + \frac{2}{3}$ függvényt. Adjon meg egy olyan pontot a koordinátáival, amely illeszkedik a függvény grafikonjára!

6. FELADAT

Az ábrán a $[-2; 6]$ intervallumon értelmezett $f(x) = -\frac{1}{2}x$ függvény grafikonja látható.



a) Rajzolja meg az $|f|$ függvény grafikonját!
b) Határozza meg az $|f|$ függvény értékkészletét!

7. FELADAT

Döntse el, hogy az alábbi állítás igaz vagy hamis!

„*Ha A és B egész számok, akkor A · B is egész szám.*”

Írja le az állítás megfordítását! Igaz vagy hamis ez az állítás?

8. FELADAT

Van-e olyan 5 pontú egyszerű gráf, amelynek 7 éle van, és a fokszámok összege 12? Ha van, akkor rajzoljon egy ilyet, ha nincs, akkor indokold meg, hogy miért nincs!

9. FELADAT

Egy konferencián a résztvevők 9 fős csoportokra oszlanak. Ákos a következőt állította:

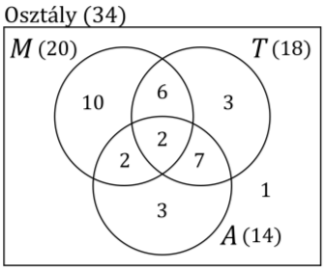
„*Van olyan csoport, ahol mindenki pontosan 7 embert ismert korábban.*”

Döntse el, hogy lehet-e igaza Ákosnak! Válaszát indokolja!

Megoldások:

1. FELADAT

A feladatnak megfelelő halmazábra:

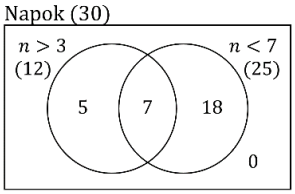


a) 10 tanuló jár csak matematika fakultációra.
b) 17 tanuló jár legalább két fakultációra.

2. FELADAT

a) $30 - 25 = 5$ nap.
b) $12 + 25 - 30 = 7$ nap.

Megjegyzés: A feladat Venn-diagramja:



3. FELADAT

a) $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$.
b) $-x^2 - 4x - 4 = -(x^2 + 4x + 4) = -(x+2)^2$.
c) $x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$.

4. FELADAT

$$\frac{x^2 - x}{x^2 - 1} = \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x}{x+1},$$

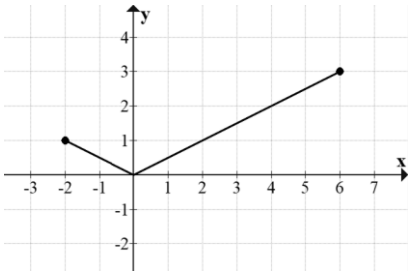
ezért a *C* a helyes egyszerűsítés.

5. FELADAT

Például $\left(0; \frac{2}{3}\right)$.

6. FELADAT

Az $|f|$ függvény grafikonja:
Az $|f|$ függvény értelmezési tartománya: $x \in [0; 3]$.



7. FELADAT

Az állítás igaz. Az állítás megfordítása:

„*Ha $A \cdot B$ egész szám, akkor A és B is egész szám.*"

A megfordított állítás hamis.

8. FELADAT

Egy gráf fokszámainak összege egyenlő az élek számának kétszeresével. Ebben az esetben azonban $7 \cdot 2 = 14 \neq 12$, ezért ilyen gráf nem létezik.

9. FELADAT

Az ismertségeket ábrázolhatjuk egy olyan gráfon, ahol minden pont fokszáma 7. Ekkor a gráfban a fokszámok összege $9 \cdot 7 = 63$. Mivel egy gráfban a fokszámok összege mindig páros, ezért Ákosnak nem lehet igaza.