1. FELADAT

Az iskolai tehetségkutató versenyen zenei és képzőművészeti kategóriákban lehetett indulni. A jelentkezők 65%-a zenei, 80%-a pedig képzőművészeti kategóriában indult. 135 diák volt, aki mindkét kategóriában versenyzett.

a) Hány versenyző volt összesen?
b) Hány diák indult csak a zenei kategóriában?

2. FELADAT

Hozza egyszerűbb alakra az alábbi kifejezést!

$$x^{-6}y^3 \cdot \frac{xy^{-2}}{x^{-3}y^2}; \qquad x, y \neq 0.$$

3. FELADAT

Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$x(2x+5)(1-x) = 0.$$

4. FELADAT

Egy játékbemutatóra Anna és Balázs 1800 dominót szeretne felállítani a földre úgy, hogy a legelsőt meglökve az összes dominó sorban eldőljön. Anna egyedül 6 óra alatt, Balázs pedig 9 óra alatt építené meg a dominóláncot. Ha Anna és Balázs – tartva a saját tempójukat – együtt dolgozna, akkor hány óra alatt végeznének az 1800 dominó felállításával?

5. FELADAT

Gyuri vett valahány Aranypatkó sorsjegyet. Egy sorsjegy ára 300 Ft. A megvásárolt sorsjegyek 10%-án 300 Ft-os, egynyolcad részén 500 Ft-os nyeremény szerepelt. A sorsjegyek között volt két darab 1000 Ft-os nyeremény is. A többi sorsjegy nem nyert. Az összes nyeremény a sorsjegyek árának 47,5%-át tette ki. Hány sorsjegyet vásárolt Gyuri?

6. FELADAT

Attila permetlét szeretne készíteni gyümölcsfái permetezéséhez rovarok és gombák ellen, ehhez a permetszereket vízben kell feloldani. A következő útmutató olvasható a szerek csomagolásán:

Gombák elleni por	Rovarok elleni oldat
Alkalmazás: 5 gramm 10 liter permetlé készítéséhez.	Alkalmazás: 30 ml 7 liter permetlé készítéséhez.
Tasak tartalma: 20 gramm	Üveg tartalma: 150 ml

a) Mennyit mérjen ki Attila a GOMBÁK ELLENI PORBÓL, ha 14 literes permetezőgépét szeretné megtölteni permetlével?
b) Attila egyszerre szeretné használni a két permetszert. A lehető legtöbb permetlét szeretné előállítani a rendelkezésre álló 20 gramm gomba elleni és a 150 ml rovar elleni permetszerből. Legfeljebb hány liter permetlét tud így készíteni?

7. FELADAT

Válassza ki az alább felsorolt, a pozitív valós számok halmazán értelmezett függvények közül a fordított arányosságokat!

$A)\ a(x) = \frac{1}{4}x.$ $B)\ b(x) = \frac{5}{x}.$ $C)\ c(x) = 1 - x.$ $D)\ d(x) = 2x.$ $E)\ e(x) = -\frac{1}{x}.$

8. FELADAT

Van-e olyan 5 pontú egyszerű gráf, amelynek 7 éle van, és a fokszámok összege 12? Ha van, akkor rajzoljon egy ilyet, ha nincs, akkor indokold meg, hogy miért nincs!

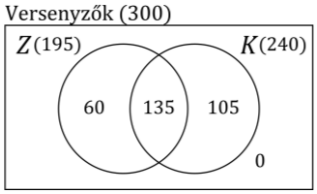
Megoldások:

1. FELADAT

a) A feltételek alapján mindkét kategóriában az indulók ($65\% + 80\% - 100\% =$) 45%-a versenyzett. Ez 135 főt jelent, azaz a versenyen összesen $\frac{135}{0{,}45} = 300$ fő indult.

b) Csak a zenei kategóriában a versenyzők ($65\% - 45\% =$) 20%-a indult, ami 60 főt jelent.

Megjegyzés: A feladat Venn-diagramja:



2. FELADAT

$x^{-6}y^3 \cdot \frac{xy^{-2}}{x^{-3}y^2} = \frac{x^{-5}y}{x^{-3}y^2} = x^{-2}y^{-1}$ $\left(\text{vagy } \frac{1}{x^2y}\right)$.

3. FELADAT

Egy szorzat pontosan akkor 0, ha legalább az egyik tényezője 0. Innen $x = 0$ vagy $x = -\frac{5}{2}$ vagy $x = 1$.

4. FELADAT

Anna egyedül 1 óra alatt a lánc $\frac{1}{6}$ részét, Balázs pedig az $\frac{1}{9}$ részét építené meg. Ha ketten együtt dolgozva *x* óra alatt készülnek el a dominók felállításával, akkor $\frac{x}{6} + \frac{x}{9} = 1$. Ebből $x = \frac{18}{5}$, azaz Anna és Balázs együtt dolgozva 3,6 óra alatt végeznek.

5. FELADAT

A megvásárolt sorsjegyek számát *n*-nel jelölve a sorsjegyek ára összesen $300n$, a nyeremény $0{,}1n \cdot 300 + 0{,}125n \cdot 500 + 2000$. A feladat szövege alapján: $0{,}1n \cdot 300 + 0{,}125n \cdot 500 + 2000 = 0{,}475 \cdot 300n$. Az egyenlet megoldása: $n = 40$, tehát 40 sorsjegyet vett Gyuri.

6. FELADAT

a) A kimérendő por mennyisége és a permetlé űrtartalma egyenesen arányos. Mivel az összetartozó értékpárok hányadosa állandó, ezért 14 liter permetléhez $5 \cdot \frac{14}{10} = 7$ gramm por kell. (*Más megoldás*: Ha 10 literhez 5 gramm por kell, akkor 1 literhez 0,5 gramm, így 14 literhez $14 \cdot 0{,}5 = 7$ gramm por kell.)

b) 20 gramm gombák elleni por 40 liter permetléhez, 150 ml rovar elleni oldat 35 liter permetléhez elegendő. Így legfeljebb 35 liter permetlét tud készíteni.

7. FELADAT

Fordított arányosságok: $b(x)$ és $e(x)$. *Megjegyzés*: A fordított arányosság hozzárendelési szabálya: $f(x) = \frac{a}{x}$, ahol $a \neq 0$. (Egy függvény akkor ír le fordított arányosságot, ha az x és az y értékek szorzata állandó.)

8. FELADAT

Egy gráf fokszámainak összege egyenlő az élek számának kétszeresével. Ebben az esetben azonban $7 \cdot 2 = 14 \neq 12$, ezért ilyen gráf nem létezik.